

MAY 28 1935

# ZEITSCHRIFT FÜR PHYSIK

HERAUSGEGEBEN UNTER MITWIRKUNG  
DER  
DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

VON  
**KARL SCHEEL**

94. BAND. 9. UND 10. HEFT

MIT 89 TEXTFIGUREN

(ABGESCHLOSSEN AM 16. APRIL 1935)



VERLAG VON JULIUS SPRINGER, BERLIN

1935

erscheint zwanglos in einzelnen Heften; 12 Hefte bilden einen Band.

Die Zeitschrift für Physik ist durch jede Buchhandlung sowie durch die Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstraße 23/24, zu beziehen. Die Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft erhalten die Zeitschrift für Physik zu einem mit dem Vorstande der Gesellschaft vereinbarten Vorzugspreis geliefert.

Es wird ausdrücklich darauf aufmerksam gemacht, daß mit der Annahme des Manuskriptes und seiner Veröffentlichung durch den Verlag das ausschließliche Verlagsrecht für alle Sprachen und Länder an den Verlag übergeht, und zwar bis zum 31. Dezember desjenigen Kalenderjahres, das auf das Jahr des Erscheinens folgt. Hieraus ergibt sich, daß grundsätzlich nur Arbeiten angenommen werden können, die vorher weder im Inland noch im Ausland veröffentlicht worden sind, und die auch nachträglich nicht anderweitig zu veröffentlichen der Autor sich verpflichtet.

Die Mitarbeiter erhalten von ihren Arbeiten 75 Sonderdrucke unentgeltlich. Weitere 75 Exemplare werden, falls bei Rücksendung der 1. Korrektur bestellt, gegen eine angemessene Entschädigung geliefert. Darüber hinaus gewünschte Exemplare müssen zum gleichen Preise berechnet werden, den die Arbeit im Heft kostet, da die umfangreiche Versendung von Sonderdrucken den Absatz der Zeitschrift schädigt. Dissertationsexemplare werden von der Verlagsbuchhandlung grundsätzlich nicht geliefert.

Autorkorrekturen, d. h. nachträgliche **Textänderungen** werden, soweit sie 10% der Satzkosten übersteigen, den Verfassern in Rechnung gestellt.

Manuskriptsendungen sind zu richten an Herrn **Geh. Reg.-Rat Professor Dr. Karl Scheel**, Berlin - Dahlem, Werderstraße 28.

**94. Band****Inhalt****9. und 10. Heft**

	Seite
<b>Karl Heinz Kreuchen</b> , Messung geringer Lichtintensitäten mit Hilfe von Zählrohren. I. (Aus dem Kaiser Wilhelm-Institut für medizinische Forschung, Institut für Physik, Heidelberg.) Mit 15 Abbildungen. (Eingegangen am 2. März 1935) . . . . .	549
<b>H. Raether</b> , Gasentladungen in der Nebelkammer. (Mitteilung aus dem Elektrophysikalischen Laboratorium des Elektrotechnischen Instituts der Technischen Hochschule München.) Mit 12 Abbildungen. (Eingegangen am 2. März 1935) . . . . .	567
<b>Hans Goedecke</b> , Die zeitliche Ausbildung der Dielektrizitätskonstante des Seignettesalzes im elektrischen Felde. Mit 15 Abbildungen. (Eingegangen am 4. März 1935) . . . . .	574
<b>Hans Westmeyer</b> , Bemerkung über die Hyperfeinstruktur der roten Cd-Linie $\lambda$ 6438 und über Hyperfeinstrukturen bei Sr, Sn und Mg. Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 12. März 1935) . . . . .	590
<b>R. Fleischer und P. Görlich</b> , Über den Einfluß des äußeren Feldes auf den lichtelektrischen Effekt an Cäsiumoxydkathoden. Mit 8 Abbildungen. (Eingegangen am 28. Februar 1935) . . . . .	597
<b>Hermann Fahlenbrach</b> , Beiträge zur künstlichen Radioaktivität. (Curie-Joliot-Prozesse.) (Aus dem Kaiser Wilhelm-Institut für Chemie, physikalisch-radioaktive Abteilung, Berlin-Dahlem.) Mit 6 Abbildungen. (Eingegangen am 4. März 1935) . . . . .	607
<b>Alfred Thoma</b> , Über die kontinuierliche Absorption bei den Alkalien. Mit 21 Abbildungen. (Eingegangen am 7. März 1935) . . . . .	621
<b>Erwin Schopper</b> , Bemerkung zu meiner Arbeit: „Neubestimmung der elektrischen Elementarladung“. (Eingegangen am 8. März 1935) . . . . .	649
<b>Herbert Lange</b> , Die optischen Konstanten von Rhenium und Gallium für die Wellenlängen $\lambda = 589 \text{ m}\mu$ und $\lambda = 436 \text{ m}\mu$ . Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 6. März 1935) . . . . .	650
<b>Th. Neugebauer</b> , Zur Theorie der Ionenverfestigung. (Eingegangen am 12. März 1935) . . . . .	655
<b>Hans Ertel und Sjan-zi Li</b> , Der Advektionsmechanismus der atmosphärischen Druckschwankungen. Mit 8 Abbildungen. (Eingegangen am 20. März 1935) . . . . .	662
<b>Hugo Dingler</b> , Nochmals „H. Helmholtz und die Grundlagen der Geometrie“. (Eingegangen am 12. März 1935) . . . . .	674



(Aus dem Kaiser Wilhelm-Institut für medizinische Forschung,  
Institut für Physik, Heidelberg.)

## Messung geringer Lichtintensitäten mit Hilfe von Zählrohren. I.

Von **Karl Heinz Kreuchen** in Heidelberg.

Mit 15 Abbildungen. (Eingegangen am 2. März 1935.)

Es wurde bereits kurz über die von Haußer und Kreuchen ausgeführte Eichung von Lichtzählrohren berichtet<sup>1)</sup>. Im folgenden werden die Eichkurven für das Spektralgebiet 400 bis 248 m $\mu$  der verwendeten Lichtzähler aus Al, Zn, Cd, Fe, Cu und Messing, ferner die Beschreibung der Anordnung für die Ausdehnung der Eichmessungen auf das Gebiet von jenseits 248 m $\mu$  bis herab zu 185 m $\mu$  gebracht.

### 1. Einleitung.

Lichtzähler werden heute in zahlreichen Untersuchungen angewandt, bei denen es auf Messung kleinster Lichtintensitäten ankommt. Aus den vorliegenden Literaturangaben läßt sich bisher jedoch nicht entscheiden, ob es tatsächlich mit Hilfe von Lichtzählern möglich ist, die maximale lichtelektrische Ausbeute, wie sie an Photozellen gleicher Metalle gemessen wurde, zu übertreffen. Die Angaben über die erreichten maximalen Ausbeuten schwanken in ihren Werten über fast drei Zehnerpotenzen<sup>2)</sup>. Eine besondere Schwierigkeit bildet bei derartigen Absolutmessungen die exakte Schwächung des Eichlichtes auf solche Beträge, daß die losgelösten Photoelektronen noch mit einem mechanischen Registrierwerk erfaßbar sind. Da es sich um Schwächungswerte bis zu 10 Zehnerpotenzen hierbei handelt, scheint uns die Sorgfalt, mit der die zu benutzenden Schwächungssysteme vorher geeicht wurden, neben der unumgänglichen Bedingung der Fernhaltung von kurzwelligen Streuquanten, sehr bestimmend für das Resultat der Untersuchung zu sein. Sicherlich spielt auch die Vorgeschichte der aktiven Metallschicht (Oberflächenbehandlung, Herstellungsart, Gasbeladung) eine große Rolle und läßt eindeutig feststehende Zahlenangaben

<sup>1)</sup> K. W. Haußer u. K. H. Kreuchen, ZS. f. techn. Phys. **15**, 20–23, 1934 (Haußer-Gedenkheft). — <sup>2)</sup> K. H. Kreuchen u. J. B. Bateman, Proto-plasma **22**, 246, Tabelle 1, 1934; K. H. Kreuchen, Veröff. d. I. Internat. Kongr. f. Elektro-Radiobiologie, Venedig 1934; J. B. Bateman, Biol. Rev. **10**, 42–71, 1935, besonders Tabelle 2, S. 50. Anmerkung: Die Tabellen in Proto-plasma und Biol. Rev., auf die unter (2) verwiesen wird, sind dahin zu ändern, daß es hinter dem Namen E. Lorenz richtig heißen muß:  $3-3,6 \cdot 10^3$  Qu/Z · El.

für die lichtelektrische „Empfindlichkeit“ eines Metalles nicht erwarten, wie es die Erfahrungen bei dem Bau von Photozellen gezeigt haben.

Es ist von vornherein nicht einzusehen, warum beim Übergang von der Photozelle zum Lichtzähler, in dem sich genau derselbe physikalische Vorgang beim Bestrahlen der Metalloberfläche mit dem zu messenden Licht abspielt, die lichtelektrische Ausbeute um Zehnerpotenzen steigen sollte. Die Überlegenheit des Zählrohres kann nur darauf beruhen, daß es jedes ausgelöste Photoelektron sofort sichtbar macht, während man bei einer üblichen Photozellen-Schaltung eine beträchtliche Photoelektronenzahl summieren muß, um sie sichtbar zu machen.

## 2. Die Eichanordnung.

Die von uns benutzten Lichtzähler haben die in Fig. 1 dargestellte Form. Die Vorbehandlung der Rohre und ihre Aktivierung mit Wasser-

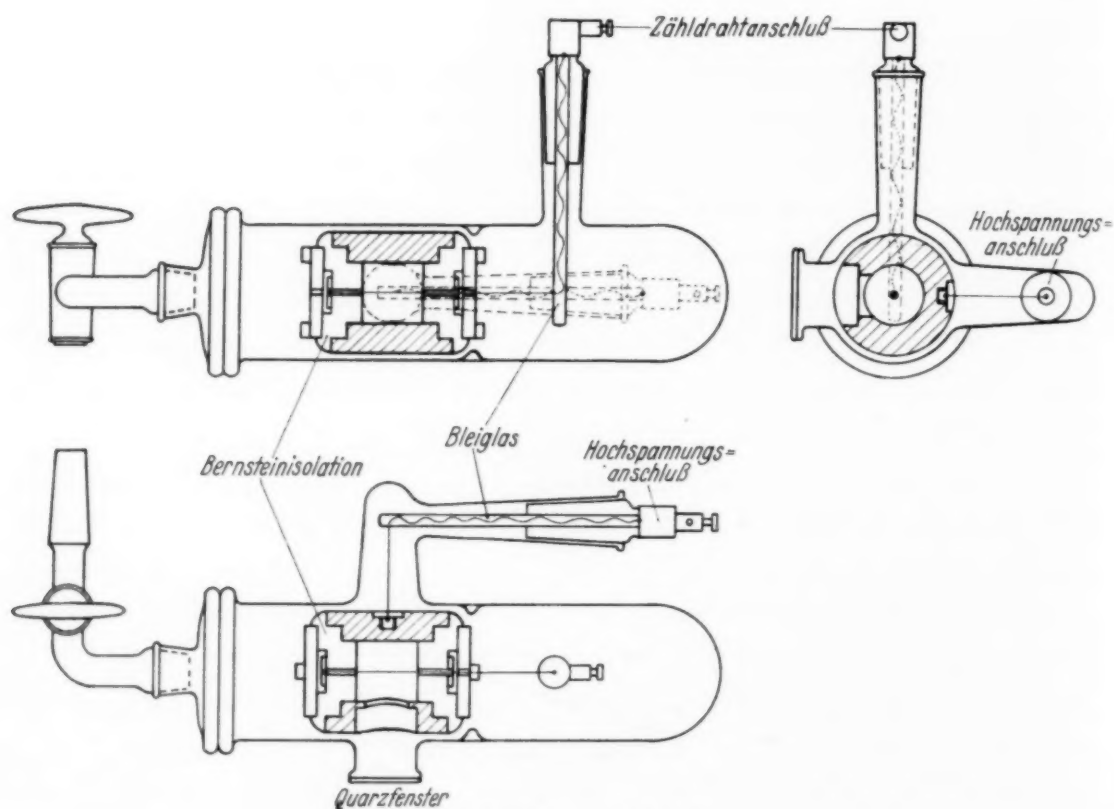


Fig. 1. Lichtzähler im Glaskörper.

stoff wurde bereits beschrieben<sup>1)</sup>. Fig. 2 zeigt die dazu benutzte Einrichtung. Die gesamte Anlage wird anfangs durch eine Hg-Diffusionspumpe auf Hochvakuum abgepumpt. Besonders die Kathode der Zähl-

<sup>1)</sup> K. W. Haußer u. K. H. Kreuchen, a. a. O.

rohre wird zwei Tage auf Klebevakuuum gehalten, um möglichst alles Gas aus ihr zu entfernen. Über den Weg  $H_5H_6H_1$  kann man ein beliebiges Füllgas einfüllen. Die beiden Ausfrieraschen gestatten eine besondere Reinigung der einzuleitenden Gase. Der zum Reduzieren und Aktivieren der Kathodenoberfläche benutzte Wasserstoff wird hier von den letzten Fremdgasen befreit. Die Aktivierung des Wasserstoffs erfolgt unmittelbar im Zählrohr durch den Induktor. Es erwies sich bei den Versuchen als wesentlich, dabei nur gleichgerichtete Hochspannung zu benutzen, damit nicht eine Bestäubung des Kathodenmetalls durch den Anodendraht erfolgte. Über die

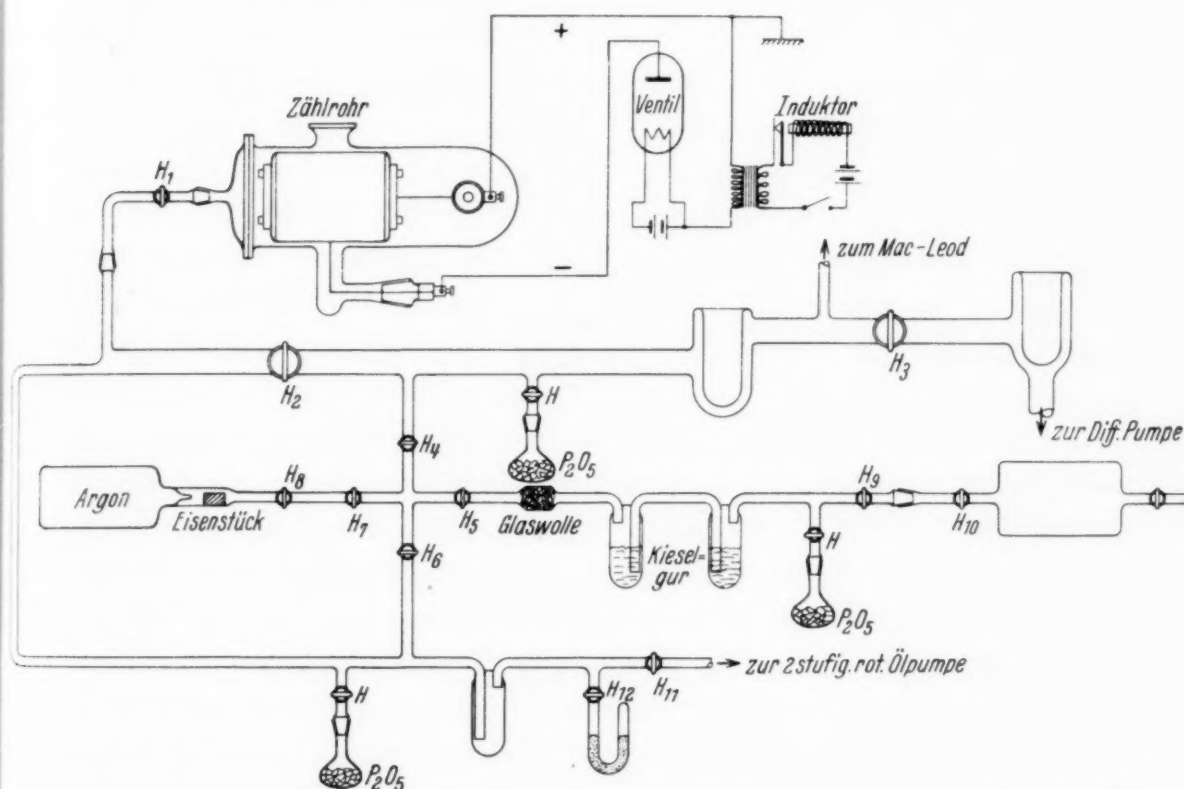


Fig. 2. Gasfülleinrichtung für Lichtzähler.

Gasschleuse  $H_8H_7$  kann auf dem Wege  $H_6H_1$  Edelgas als Zählgas eingeleitet werden. Die Phosphorpentoxydgefäße sorgen für Fernhaltung von Wasserdampf. Der Hg-Dampfdruck der Manometer konnte durch besondere Ausfrierfallen auf minimale Werte zurückgedrängt werden.

Als Zähl draht wurde sowohl Stahldraht, wie Platindraht von 0,2 mm Durchmesser benutzt. Der Zähl draht wurde vor dem Einsetzen mechanisch gereinigt und ausgeglüht. Bei der Aktivierung mit Wasserstoff, bei welcher der Draht als Hochspannungselektrode wirkte, wurde er wie die Zählrohr-oberfläche reduziert. Ein bemerkenswerter Unterschied in der Arbeits-



weise der oxydierten, der reduzierten Stahldrähte und der Platindrähte war nicht festzustellen<sup>1)</sup>. Die Zählkathoden waren, abgesehen von Messing, aus reinsten Merckschen Materialien hergestellt. Die metallische Reinheit der Zink- und Cadmium-Zählrohre war insofern besonders groß, als diese im Hochvakuum in Glasformen nach Art des Bridgman-Einkristallverfahrens<sup>2)</sup> bei beschleunigter Abkühlung hergestellt waren, wobei als Gußmaterial Zink und Cadmium hoher Reinheit, von früheren Einkristallversuchen stammend und durch mehrfache Umkristallisierung noch verbessert, verwendet wurde. Die Zählrohre haben einen lichten Durchmesser von 20 mm und eine lichte Länge von 20 mm. Als Füllgase der Zählrohre wurde neben den Edelgasen Argon und Helium besonders gereinigter Wasserstoff, Stickstoff und sauerstofffreies CO<sub>2</sub> benutzt. Der Zählruck des Füllgases betrug in der Regel über 50 mm. Nur wenige orientierende Messungen wurden bei geringeren Gasdrucken bis herab zu 1 mm unternommen. Diese letzteren Versuche bestätigten einmal die Erfahrungen von Henning und Schade über die Breite des konstanten Zählbereiches, andererseits ließen sie erkennen, daß bei Gasdrucken von nur wenigen Millimetern im Zählrohr reproduzierbare Ausbeutekurven nur schlecht zu erhalten waren<sup>3)</sup>. Die Anwendung sehr niedrigen Gasdruckes im Lichtzähler wäre dann sehr ratsam, wenn man die unter solchen Verhältnissen bestehende hohe Eigenanregung der Rohre so in der Hand hätte, daß man nicht erst ein Photoelektron aus der Wand löste, sondern etwa durch Anregung eines Moleküls des Füllgases die Eigenanregung in Gang setzt. Es wäre denkbar, daß die Quantenausbeute in diesem Falle viel günstiger läge, als bei den üblichen auf dem Wandeffekt beruhenden Photonenzählern. Als Eichlicht wurde das Spektrum einer Hg-Lampe hinter einem lichtstarken Zwei-Prismen-Quarz-Monochromator benutzt, welches mittels einer Mollschen Thermosäule geeicht worden war. Der Eingangsspalt der Thermosäule blieb für alle folgenden Lichtzähler-Eichungen der Ausgangsspalt des Monochromators. Die Energie der einzelnen Spektrallinien hinter diesem Spalt ist von der Größenordnung  $1 \cdot 10^{13}$  Quanten/sec.

<sup>1)</sup> Vgl. die Erfahrungen von E. Henning und R. Schade, ZS. f. Phys. **90**, 597ff, 1934. — <sup>2)</sup> P. W. Bridgman, Proc. Nat. Acad. Washington **60**, 305, 1925. — <sup>3)</sup> Ich halte daher die Anwendung so geringer Zählrucke, wie sie Frank u. Rodionow, Biochem. ZS. **249**, S. 322ff, 1932, und M. W. Karew u. S. F. Rodionow, ZS. f. Phys. **92**, 615—621, 1934, anwenden, nicht für ratsam. Ich glaube, auch darauf hinweisen zu müssen, daß die lichtelektrischen Eigenschaften der Metalle zu verschiedenartig sind, als daß sich an Cadmium und Zink gemessene Kurven mit denen von Aluminium vergleichen ließen, wie die beiden letztgenannten Autoren es tun.

### 3. Fernhaltung von Streuquanten.

Ich habe mich bemüht, möglichst Fernhaltung von den Streuquanten zu erreichen, welche aus Spektralgebieten stammen, welche kurzwelliger als die Testlinie gelegen sind. Diese Streuquanten können die Messungen wegen ihrer um teilweise mehrere Zehnerpotenzen höheren lichtelektrischen Wirksamkeit erheblich fälschen. Sie können ferner eine Fluoreszenz des Quarzfensters der Zählrohre verursachen, die in gewissen Spektralgebieten Fehlmessungen hervorrufen würde. Die durch die Testlinie hervorgerufene Fluoreszenz des Quarzfensters ist zu vernachlässigen, da sie stets langwelliger als die Testlinie und damit von geringerer lichtelektrischer Wirksamkeit als diese ist.

Für jede Eichlinie wurde ein Schottisches Farbglassfilter benutzt, welches im Gebiet der Testlinie einen stetigen steilen Anstieg der Absorption nach kürzeren Wellen aufwies. Es gelang, für jede Eichlinie ein Filter zu finden, welches die nächste kurzwellige Nachbarlinie, deren Streuquanten am wahrscheinlichsten und störendsten auftreten, bereits im Verhältnis 1:10 gegenüber der Testlinie absor-

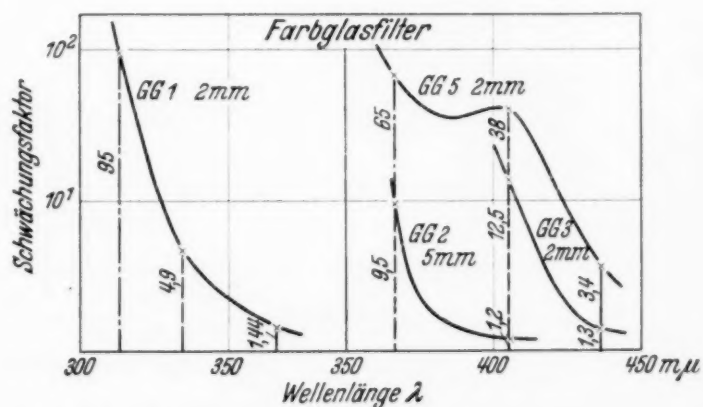
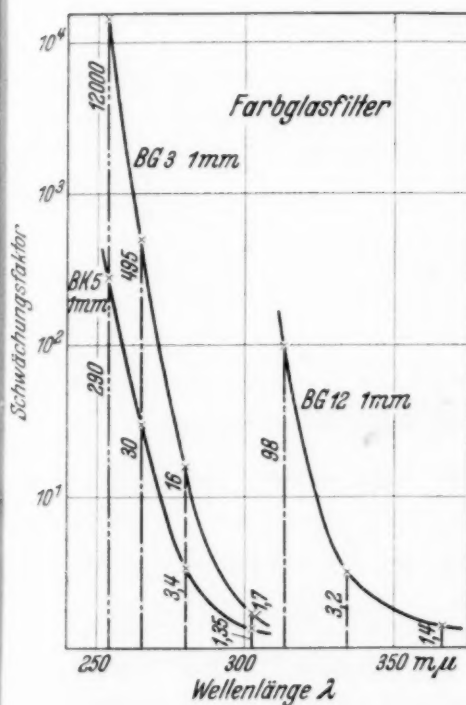


Fig. 3 und 4. Absorptionskurven einiger der benutzten Streuquantenfilter (Schottische Farbgläser).

biert. Fig. 3 und 4 zeigen die Absorptions-(Schwächungs-)kurven einiger solcher Farbfilter. Diese Farbgläser haben gegenüber häufig benutzten Flüssigkeitsfiltern den Vorteil, daß sie von großer Strahlungsbeständigkeit sind.

### 4. Die Schwächung des Eichlichtes.

Die Energie der einzelnen Eichlinie ist von der Größenordnung  $10^{13}$  Quanten/sec. Um die durch sie ausgelösten Photoelektronen mit

einem mechanischen Registrierwerk erfassen zu können, ist es notwendig, das Eichlicht über Beträge von  $10^1$  bis  $10^8$  zu schwächen. Die Schwächungsaggregate müssen gegen langdauernde Ultraviolettbestrahlung unbedingt unempfindlich sein. Es wurden daher für Schwächungsgrade  $10^1$  bis  $10^3$  einseitig und zweiseitig mattierte planparallele Platten aus Quarz benutzt. Diese haben für einen bestimmten Abstand einen festen (Streu-)Schwächungswert. Außerdem wurde ein Schwächungsaggregat verwendet, in dem das einfallende Licht an planparallelen polierten Quarzplatten viermal reflektiert wird und dann in der Einfallsrichtung den Apparat verläßt<sup>1)</sup>. Dieser „Lichtirrgarten“ hat in dem Gebiet  $400\text{ m}\mu$  bis  $250\text{ m}\mu$  einen

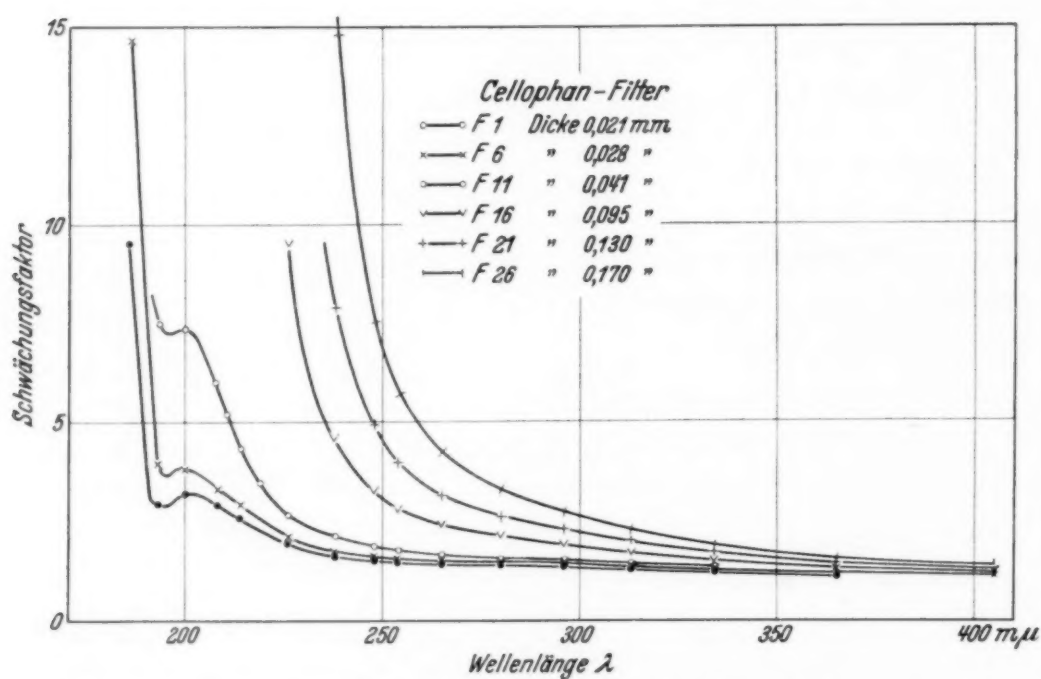


Fig. 5. Absorptionskurven der Cellophanschwächungsfilter für verschiedene Cellophanschichtdicken.

Schwächungsfaktor von  $5 \cdot 10^4$  bis  $1 \cdot 10^5$ . Bei Kombination der mattierten Platten des Reflexionsapparates und der vorher erwähnten Lichtfilter lassen sich beliebige Schwächungsgrade zwischen  $10^1$  und  $10^8$  zusammensetzen.

In dem Gebiet unterhalb  $248\text{ m}\mu$  ist es nicht möglich, Streuquantenfilter aus Farbgläsern zu benutzen, weil die Durchlässigkeit solcher Gläser in diesem Gebiet viel zu gering ist. Es wurden daher für die weiteren Messungen in diesem Spektralbereich Cellophanfilter verschiedenster Schichtdicken benutzt, welche sich sehr gut bewähren. Es wurde ein Filter-

<sup>1)</sup> K. W. Haußer u. K. H. Kreuchen, a. a. O.



satz zusammengestellt von insgesamt 30 Filtern, je fünf Filterrahmen enthalten dieselbe Cellophanschichtdicke. Die Schwächungskurven dieser Filter zeigt Fig. 5. Die experimentelle Prüfung ergab, daß die dargestellten Kurven fast reine Absorptionskurven sind, von der Reflexion an den Grenzflächen abgesehen. Die Streuung des Lichtes durch diese Filter ist zu vernachlässigen. Es lassen sich demnach durch Kombination mehrerer Cellophanfilter beliebige Schwächungsgrade erzielen, wobei gleichzeitig die kurzwelligen Streuquanten in hohem Maße absorbiert werden. Fig. 6.

#### 5. Eichung der Lichtfilter und Schwächungsaggregate.

Sämtliche benutzten Filter und Schwächungsanordnungen wurden auf demselben Spektralapparat geeicht, der später zur Messung der Zählrohr-Empfindlichkeiten diente. Die gesamte Apparatur ist besonders stabil aufgebaut, damit nicht die geringsten Veränderungen in den optischen Anordnungen auftreten können. Die Entfernung der Zählranode vom Ausgangsspalt des Spektralapparates betrug 50 cm. Die matten Quarzplatten wurden unmittelbar vor dem Spalt angeordnet. Der Reflexionsapparat hatte seinen Platz 10 cm vom Spalt entfernt. Die Farbglas- und Cellophanfilter befanden sich unmittelbar vor der durch eine Irisblende verschließbaren Öffnung des lichtdichten Kastens, in dem die Zählrohre eingebaut wurden. Es bestand keine Möglichkeit, daß nachträglich noch Streuquanten, etwa durch Reflexion an Wänden usw., in das Zählrohr gelangen konnten.

Nach der Eichung der absoluten Energie, mit welcher jede Spektrallinie den Ausgangsspalt des Monochromators verläßt, mittels der Thermosäule, wurde die gesamte äußere optische Anordnung mit Hilfe einer Kalium-

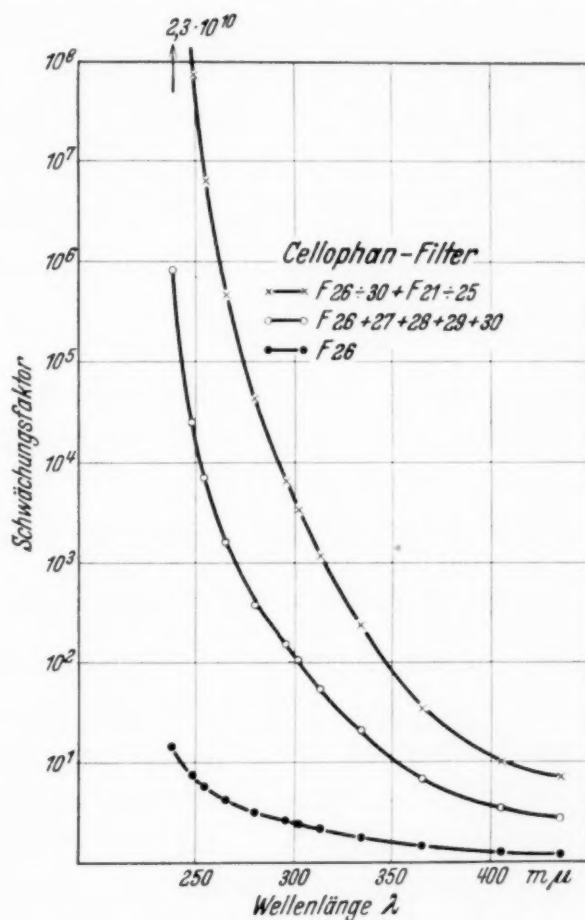


Fig. 6. Lichtschwächung mit Hilfe zusammengesetzter Cellophanfiltersätze.

photozelle geeicht. Diese war auf höchstmögliche Isolation durch Einkapselung und Bernsteinhalterung gebracht. Mehrere  $P_2O_5$ -Gefäße sorgten für Fernhaltung von  $H_2O$ . Dasselbe gilt von dem unmittelbar mit der Photozelle gekuppelten Elektrometer, so daß Aufladungszeiten bis zu einer Stunde ohne weiteres angewandt werden konnten.

Zuerst wurde der „Ausblendungsfaktor“ gemessen. Dieser ist das Verhältnis der absoluten Energie der Spektrallinie im Monochromator-Ausgangsspalt zu der Energie, die in 50 cm Abstand durch das Zählrohr-

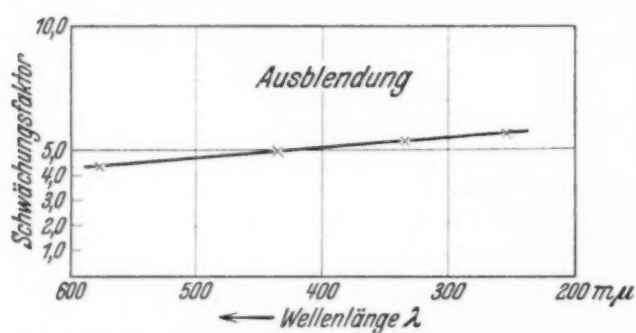


Fig. 7. Spektrale Abhängigkeit des „Ausblendungsfaktors“.

fenster ausgeblendet wird. Der Ausblendungsfaktor ist abhängig von der Wellenlänge. Fig. 7 zeigt die gemessenen Werte. Bei der Berechnung der Gesamtschwächung einer Eichlinie muß also ihr spezieller Ausblendungsfaktor berücksichtig

werden. Die Schwächungsfaktoren der matten Quarzplatten ergaben sich aus dem Verhältnis der Aufladungszeiten des Elektrometers bei ungeschwächtem Licht und geschwächtem Licht. Sie konnten bei relativ unempfindlichem Elektrometer gemessen werden. Alle Schwächungssysteme bis zum Faktor 100 wurden auf diese Weise gemessen. Dann wurde die Empfindlichkeit des Elektrometers erheblich gesteigert und die stärkeren Schwächungssysteme gegen die vorher gemessenen schwächeren geeicht. Es sind drei völlig voneinander unabhängige Schwächungssysteme vorhanden, deren jedes für sich geeicht wurde, die Farbgläser, die Quarzanordnungen und die Cellophanfilter. Mit Hilfe der Zählrohre ergibt sich demnach eine leichte Kontrollmessung der Schwächungssysteme gegeneinander:

Es muß dasselbe Zählrohr bei derselben Spektrallinie dieselbe Photoelektronenzahl ergeben, wenn man denselben Schwächungsgrad durch ein beliebiges der drei Systeme einschaltet. Vorausgesetzt ist, daß der Anteil der Streuanten in allen drei Versuchen der gleiche ist. Falls das Proportionalitätsgesetz bei den Zählrohren gilt, muß dasselbe Rohr, soweit es die Leistungen des mechanischen Registrierwerks erlauben, Proportionalität der Zahl der Lichtimpulse mit der eingestrahlten Intensität zeigen.

Beide Versuche wurden angestellt und ergaben eine Bestätigung für die Genauigkeit der Eichung der optischen Schwächungssysteme. Um

einen Begriff von diesen Versuchen zu geben, seien hier einige in Tabellenform angeführt.

Tabelle 1. Beständigkeit der Empfindlichkeit.

Datum	Testlinie	Lichtelektrische Ausbeute
a) Zinkzählrohr. 11. Versuch, aktiviert, 150 mm CO <sub>2</sub>		
19. Oktober 1933 . . . . .	Hg 254 mμ	3,0 · 10 <sup>5</sup> Quant pro Zählelektron
21. Oktober 1933 . . . . .	Hg 254 mμ	3,6 · 10 <sup>5</sup> Quant pro Zählelektron
b) Zinkzählrohr. 18. Versuch, aktiviert, 150 mm CO <sub>2</sub>		
18. Januar 1934 . . . . .	Hg 254 mμ	1,12 · 10 <sup>5</sup> Quant pro Zählelektron
20. Januar 1934 . . . . .	Hg 254 mμ	1,06 · 10 <sup>5</sup> Quant pro Zählelektron
c) Cadmiumzählrohr. 3. Versuch, aktiviert, 150 mm CO <sub>2</sub>		
29. Mai 1933 . . . . .	Hg 254 mμ	2,86 · 10 <sup>4</sup> Quant pro Zählelektron
14. Juli 1933 . . . . .	Hg 254 mμ	4,28 · 10 <sup>5</sup> Quant pro Zählelektron
d) Cadmiumzählrohr. 7. Versuch, nicht aktiviert, 150 mm CO <sub>2</sub>		
31. Oktober 1933 . . . . .	Hg 254 mμ	1,025 · 10 <sup>6</sup> Quant pro Zählelektron
8. Januar 1934 . . . . .	Hg 254 mμ	1,25 · 10 <sup>6</sup> Quant pro Zählelektron

Tabelle 2. Intensitäts-Proportionalität.

Filter	Schwächung	Verhältnis	Zählelektron pro min	Verhältnis
Zinkzählrohr. 18. Dezember 1933, 16. Versuch.				
Filter BK 5, 1 mm, Quarzreflektor . . . . .	9,5 · 10 <sup>7</sup>	1 : 29,5	182	1 : 30,3
Filter BK 5, 1 mm, Quarzreflektor, Quarzplatte 4	2,81 · 10 <sup>9</sup>		6	

Tabelle 3. Filter-Vergleichsmessung.

Filter	Schwächung	Zählelektron pro min	Eichwert
a) Zinkzählrohr. 13. Versuch, 14. November 1933, Hg 254 mμ.			
Filter BK 5, 1 mm, Quarzplatte 1 u. 2 . . .	6,46 · 10 <sup>5</sup>	96	3,6 · 10 <sup>6</sup> Qu. pro Z.-El.
Cellophanfilter 21, 22, 26, 27, 28, 29 u. 30 . .	6,27 · 10 <sup>5</sup>	94	3,77 · 10 <sup>6</sup> Qu. pro Z.-El.
b) Aluminiumzählrohr. 1. Versuch, Hg 265 mμ			
Filter BG 3, 1 mm, Quarzplatte 1 u. 2 . . .	1,14 · 10 <sup>6</sup>	3,6	4,05 · 10 <sup>7</sup> Qu. pro Z.-El.
Filter BK 5, 2 mm, Quarzplatte 1 u. 2 . . .	6,38 · 10 <sup>5</sup>	5	5,43 · 10 <sup>7</sup> Qu. pro Z.-El.
Filter BK 5, 1 mm, Quarzplatte 1 u. 2 . . .	6,85 · 10 <sup>4</sup>	58	4,18 · 10 <sup>7</sup> Qu. pro Z.-El.



### 6. Zählrohreichtungen.

Die Untersuchungen wurden begonnen mit Metallzählern, die sich nicht in Glaskörpern befanden. Die Oberfläche der Rohre wurde mechanisch bestens gereinigt, zum Teil geschmirgelt, zum Teil poliert. Da die Isolationsstopfen vakuumdicht mit Pizein aufgekittet werden mußten, bildeten solche Rohre beim Erhitzen schnell eine lichtunempfindliche Oxydschicht auf der Kathodenoberfläche. Die an solchen Rohren gemessenen Empfindlichkeitswerte werden als Vergleichskurven in den folgenden Figuren gebracht. Selbst nach Reduzierung und Aktivierung solcher Rohre mit Wasserstoff ließ sich keine erhebliche Steigerung ihrer Empfindlichkeit erreichen. Alle folgenden Messungen wurden daher an den Lichtzählern von der Form Fig. 1 ausgeführt. Dabei wurde bei den einzelnen Metallen in gleicher Weise vorgegangen. Jedes Metall wurde zuerst unaktiviert gemessen. Dann wurde die Kathode mit aktiviertem Wasserstoff behandelt und wieder gemessen. Es wurden bei sonst gleichen Bedingungen die Füllgase variiert. Schließlich wurde für eine mögliche Fernhaltung des Hg-Dampfes, von den Manometern stammend, Sorge getragen.

Lichtzähler besitzen im allgemeinen eine erheblich über dem ihrem Zählvolumen entsprechenden Nullwert (aus Höhenstrahlung bzw. radioaktiver Umgebungsstrahlung) liegende Dunkelausschlagszahl. Bei biologischen Versuchen, bei denen die Zählrohre mit dem biologischen Strahler in einem Thermostaten untergebracht werden mußten, zeigte sich außerdem eine gewaltige Steigerung der Dunkelausschlagszahl mit der Temperatur. So lag z. B. bei  $\text{CO}_2$ -gefüllten Rohren die Dunkelzahl bei  $60^\circ \text{C}$  etwa um 400 % höher als bei Zimmertemperatur<sup>1)</sup>. Andererseits haben Zählrohre die Eigenschaft, daß sie sich selbst durch die bei dem Entladungsvorgang im Innern des Rohres entstehende äußerst kurzwellige Ultraviolettstrahlung von neuem zur Entladung anregen können<sup>2)</sup>. Diese Eigenanregung entsteht gerade durch den physikalischen Effekt, den man bei dem Lichtzähler in Anwendung bringen will. Je lichtempfindlicher daher die Zählkathode gestaltet wird, um so größer ist die Möglichkeit der Eigenanregung. Das äußert sich darin, daß die Zählimpulse nicht sofort abreißen, sondern eine länger anhaltende Entladung nach sich ziehen. Die Eigenanregung, besonders bei Verwendung von Gasen, wie Helium und Wasserstoff, unter üblichen Drucken von 50 mm Hg im Zählrohr ist bei hochlichtempfindlichen Zählern so gewaltig, daß unter Umständen ein selbsttätiges Abreißen der

<sup>1)</sup> Vgl. W. Christoph u. W. Hanle, Phys. ZS. **34**, 644, 1933. —

<sup>2)</sup> G. L. Locher, Phys. Rev. **42**, 525ff., 1932; E. Greiner, ZS. f. Phys. **81**, 543ff., 1933.

Entladung gar nicht mehr erfolgt. Bei Drucken unter 50 mm ist das Verhalten noch ungünstiger.

Diese Eigenschaft der lichtempfindlichen Zähler veranlaßte, nach Füllgasen zu suchen, welche eine so große Absorption im kurzwelligsten Ultraviolett besitzen, daß sie die Eigenanregung der Zählrohre durch das beim Entladungsvorgang ausgesandte Licht zurückdrängen. Unsere Versuche zeigten, daß Stickstoff diese Eigenschaft gegenüber Wasserstoff und Helium besitzt. Die Eigenanregung wird noch geringer, wenn man statt 50 mm 150 mm Füllgas im Zählrohr benutzt. In noch erhöhtem Maße zeigte diese Eigenschaft Kohlendioxyd. Es wurde daher bei der Mehrzahl der späteren Messungen besonders gereinigtes  $\text{CO}_2$ -Gas verwendet, welches aus dem eingefrorenen Zustande in die Zählrohre hineindestilliert wurde, nachdem sich zeigte, daß die Zählkathode in ihrer Lichtempfindlichkeit nicht wesentlich beeinflußt wurde, sofern man reines, luft- und sauerstofffreies  $\text{CO}_2$  benutzt. Außerdem zeigten aber die mit 150 mm  $\text{CO}_2$  bzw.  $\text{N}_2$  gefüllten Rohre bei Zimmertemperatur Dunkelausschläge von 14 bis 18 Imp./min. Das entspricht ganz den Zahlen, wie sie für die benutzten Zählvolumen aus Höhenstrahlung und radioaktiver Umgebungsstrahlung zu erwarten sind.

$\text{CO}_2$ -gefüllte Zählrohre zeigen ein abnormes Verhalten in der Zählentladung. Ein solches Rohr zeigt am Elektrometer, welches zur Impulskontrolle parallel zum Registrierverstärker eingeschaltet war, drei verschiedene Größen der Impulsausschläge, die sich etwa wie 5 : 10 : 60 Skalenteile verhalten. Die großen Ausschläge machen etwa 20% der Gesamtausschlagszahl aus. Dieses sonderbare Verhalten konnte bisher nur beim  $\text{CO}_2$  beobachtet werden. Ob dieser Effekt auf eine mehrfache Ionisationsmöglichkeit bzw. Spaltungsmöglichkeit des  $\text{CO}_2$ -Moleküls zurückzuführen ist, kann noch nicht mit Sicherheit behauptet werden.

### 7. Die Eichkurven.

Bis herab zur Linie 254 m $\mu$  wurden sämtliche Meßpunkte unter peinlichster Fernhaltung von Streuquanten gemessen. Die beigelegten Meßpunkte für die Linie 248 m $\mu$  sind stets ohne Streuquantenfilter gemessen, um den Einfluß der noch kurzwelliger gelegenen Streustrahlung erkennen zu können.

a) *Cadmiumzählrohr.* Fig. 8, Kurve I, 1 stellt die Empfindlichkeitskurve für ein Rohr dar, welches noch nicht in die Glashülle eingebaut war und aufgekittete Hartgummistopfen besitzt. Das Rohr war mit aktiviertem Wasserstoff behandelt und enthielt als Füllgas 80 mm Argon.

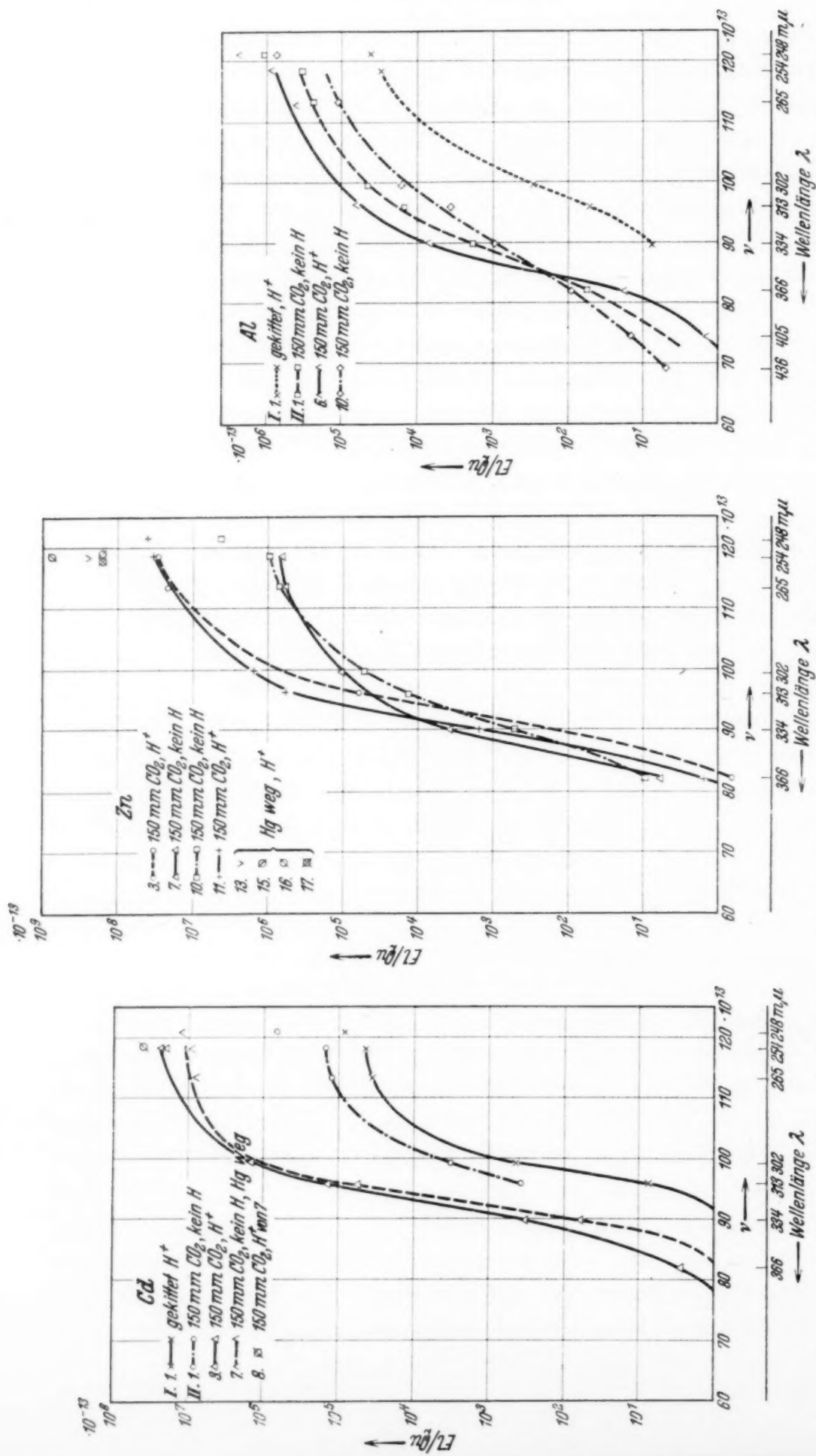


Fig. 8. Cadmiumzählrohre. Lichtelektrische Ausbeute.  
 Ordinate: Zählelektronen/Quant  $\cdot 10^{-13}$ .

Fig. 9. Zinkzählrohre. Lichtelektrische Ausbeute.  
 Ordinate: Zählelektronen/Quant  $\cdot 10^{-13}$ .

Fig. 10. Aluminiumzählrohre. Lichtelektr. Ausbeute.  
 Ordinate: Zählelektronen/Quant  $\cdot 10^{-13}$ .



Ordinate: Zählelektronen/Quant  $\cdot 10^{-13}$ .

Ordinate: Zählelektronen/Quant  $\cdot 10^{-13}$ .

Ordinate: Zählelektronen/Quant  $\cdot 10^{-13}$ .

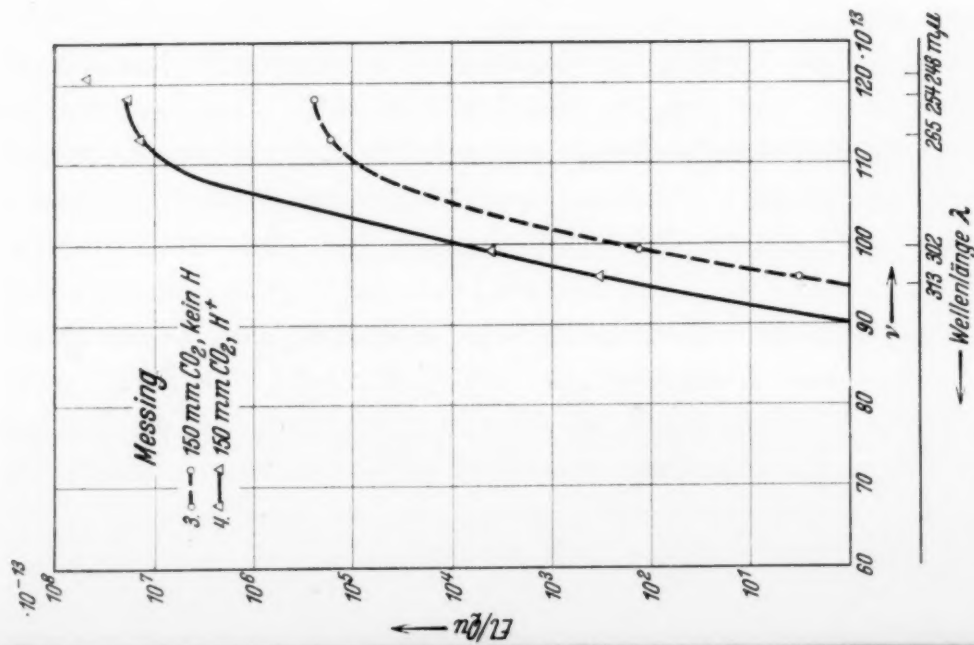


Fig. 11. Messingzählrohre. Lichtelektr. Ausbeute. Ordinate: Zählelektronen/Quant  $\cdot 10^{-13}$ .

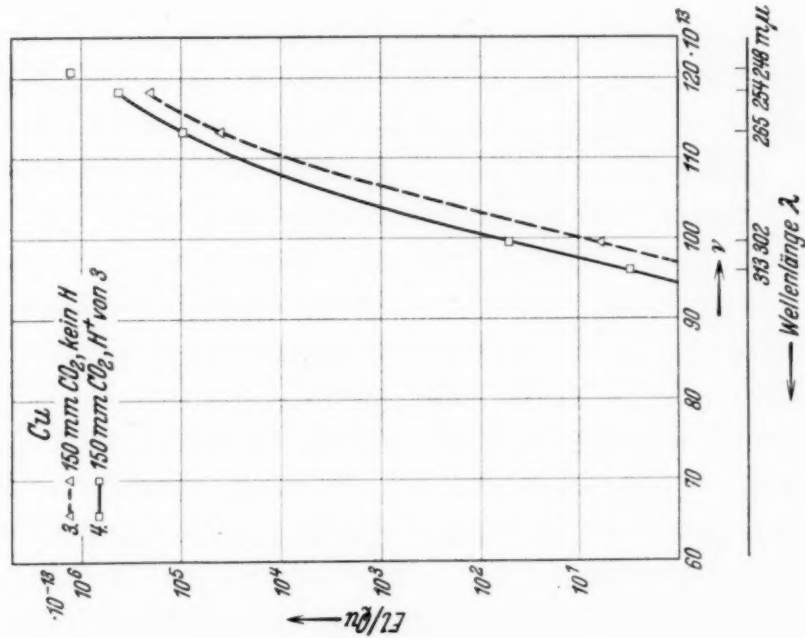


Fig. 12. Kupferzählrohre. Lichtelektr. Ausbeute. Ordinate: Zählelektronen/Quant  $\cdot 10^{-13}$ .

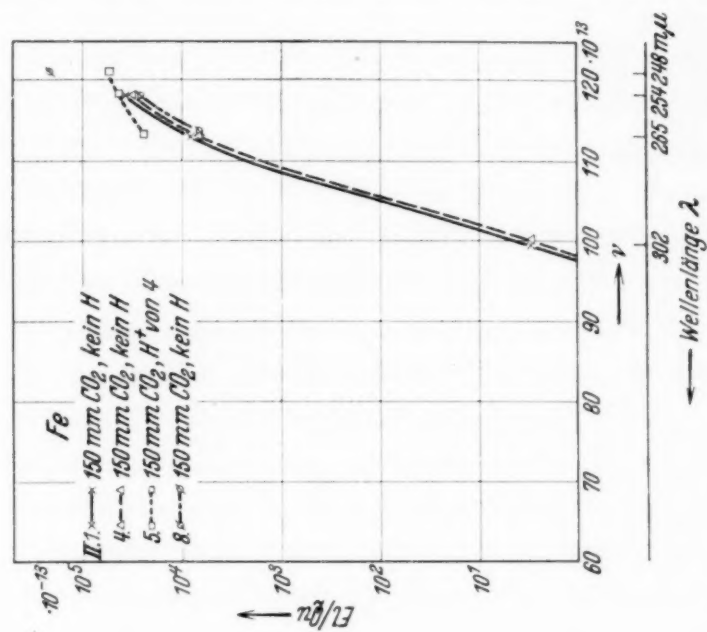


Fig. 13. Eisenzählrohre. Lichtelektrische Ausbeute. Ordinate: Zählelektronen/Quant  $\cdot 10^{-13}$ .

Kurve II, 1 zeigt den Empfindlichkeitsverlauf desselben Rohres. Es befindet sich jetzt in der Glashülle, wurde also nicht gekittet. Es wurde nicht mit aktiviertem Wasserstoff behandelt, sondern seine Oberfläche frisch geschmirgelt und mit 150 mm reinem  $\text{CO}_2$  gefüllt.

Kurve II, 3 unterscheidet sich von II, 1 nur dadurch, daß vor der Gasfüllung mit 150 mm  $\text{CO}_2$  die Zählrode mit Wasserstoff aktiviert wurde. Die Empfindlichkeitssteigerung durch die Aktivierung mit Wasserstoff macht bei 254 m $\mu$  zwei Zehnerpotenzen aus.

Kurve II, 7 zeigt den Empfindlichkeitsverlauf für ein Rohr, welches völlig Hg-Dampf frei und nicht mit H aktiviert war.

Kurvenpunkt II, 8 zeigt die lichtelektrische Ausbeute desselben Rohres nach Aktivierung mit Wasserstoff. Das Rohr war dabei von Versuch 7 nicht geöffnet, sondern nur von neuem evakuiert, dann aktiviert und mit 150 mm  $\text{CO}_2$  gefüllt worden.

b) *Zinkzählrohr.* Sämtliche in Fig. 9 dargestellten Kurven sind an Zinkzählern gemessen, die sich im Glasschutzkörper befinden.

Die Kurven 7 und 10 gelten für nicht mit Wasserstoff aktivierte Rohre.

Die Kurven 3 und 11 geben die Verschiebung der lichtelektrischen Empfindlichkeit durch Wasserstoffaktivierung wieder.

Die Kurvenpunkte 13, 15, 16 und 17 sind an völlig von Hg-Dampf befreiten, aktivierten Rohren gemessen. Die Empfindlichkeitssteigerung gegenüber den nicht reduzierten und nicht Hg-Dampf freien Rohren macht bis zu drei Zehnerpotenzen aus.

c) *Aluminiumzählrohr.* Kurve I, 1 in Fig. 10 zeigt die spektrale Empfindlichkeit eines nicht in der Glasröhre befindlichen Rohres. Es war mit aufge kittetem Hartgummistopfen versehen und mit aktiviertem Wasserstoff behandelt.

Kurve II, 1 und 10 gelten für dasselbe mechanisch gereinigte, jedoch nicht mit Wasserstoff behandelte, nun aber im Glaskörper befindliche Aluminiumrohr. Den Einfluß der Wasserstoffbehandlung zeigt Kurve II, 6.

d) *Messingzählrohr.* Die Kurven 3 und 4 in Fig. 11 zeigen, daß im Messing die lichtelektrische Empfindlichkeit im wesentlichen durch das legierte Zink bestimmt wird. Wie beim Zinkrohr bewirkt die Wasserstoffbehandlung eine Empfindlichkeitssteigerung von etwa zwei Zehnerpotenzen.

e) *Kupferzählrohr.* Wie Fig. 12 zeigt, läßt sich beim Kupfer durch das Behandeln mit Wasserstoff die lichtempfindliche Oberfläche nicht in dem Maße aktivieren, wie es bei den vorher beschriebenen Metallen der Fall ist. Die mechanisch gereinigte Oberfläche wird in dem Zeitraum von

etwa 1 Minute, welcher zwischen dem mechanischen Reinigen und dem Abpumpen der Luft liegt, nicht wesentlich angegriffen. Kurven 3 und 4 zeigen den Unterschied zwischen einem nur mit 150 mm CO<sub>2</sub> gefüllten und einem außerdem mit Wasserstoff aktiviertem Rohr.

f) *Eisenzählrohr.* Wie die Kurven in Fig. 13 zeigen, ist beim Eisen ähnlich wie beim Kupfer eine wesentliche Empfindlichkeitssteigerung durch Behandlung mit aktiviertem Wasserstoff nicht erreichbar.

Die Messungen an den sechs Metallen Cd, Zn, Al, Cu, Fe und Messing ergeben, daß die mit Zählrohren der beschriebenen Form zu erreichende maximale lichtelektrische Ausbeute bei der gemessenen kürzesten Wellenlänge (254 m $\mu$ ) von der Größenordnung 10<sup>-4</sup> El./Quant ist. Diese Empfindlichkeit wurde bei Zink erreicht. Die besten Cadmiumzähler lagen etwa um eine Zehnerpotenz unter diesem Werte. Ausbeuten von dieser Größenordnung sind jedoch nur erhalten worden, wenn die Oberflächen der Zählkathoden mit aktiviertem Wasserstoff reduziert und der Hg-Dampf der Manometer nach Möglichkeit ferngehalten war. Die lichtelektrischen Ausbeuten derselben Metalle im Spektralgebiet um 254 m $\mu$  liegen nach bekannten Messungen bei Photozellen in derselben Größenordnung wie die von uns an Lichtzählern gemessenen Ausbeuten<sup>1)</sup>. Es scheint uns damit bewiesen, daß die Überlegenheit der Zählrohre gegenüber der Photozelle nur in dem eingangs beschriebenen Unterschiede der individuellen und der integrierenden Arbeitsweise von Lichtzähler- und Photozellenanordnungen besteht.

#### 8. Eichung von Lichtzählern in dem Spektralgebiet unterhalb 254 m $\mu$ bis zur Schumanngrenze.

Abgesehen von dem biologischen Interesse, ob unterhalb 254 m $\mu$  im Gebiet zwischen 220 und 180 m $\mu$  (Gebiet der mitogenetischen Strahlung nach Gurwitsch) die physikalischen Quantenzähler eine noch größere lichtelektrische Ausbeute besitzen, interessiert vor allem die prinzipielle physikalische Frage, ob die Ausbeutekurven unterhalb 254 m $\mu$  noch weiterhin ansteigen oder bald ein Maximum überschreiten. Andererseits befriedigen die vorher beschriebenen Glaskörperzählrohre insofern nicht ganz, als sie stets in Luft oder in einer inaktiven Gasatmosphäre zusammengesetzt werden müssen. Es war wünschenswert, bei der Fortsetzung der Untersuchungen den Lichtzähler so zu gestalten, daß er im Hochvakuum mit der lichtaktiven Schicht bedampft werden konnte und der Zählendraht in dem-

<sup>1)</sup> Siehe z. B. B. Gudden, *Lichtelektr. Erscheinungen* 1928, insbesondere Fig. 9, S. 28; H. Bomke, *Ann. d. Phys.* (5) **10**, 579–615, 1931; H. de Laszlo, *Phil. Mag.* (7), **13**, 1171ff., 1932; R. Schulze, *ZS. f. Phys.* **92**, 212–227, 1934.

selben Hochvakuum zum Zählen präpariert (ausgeglüht, oxydiert, reduziert) und in das Rohr eingeführt werden konnte.

Als Lichtquelle unterhalb  $230\text{ m}\mu$  kommt eine Hg-Lampe nicht mehr in Frage. Einwandfreie und konstant brennende Bogenlampen für dieses Gebiet existieren leider heute noch nicht. Zur sicheren Eichung der Spektrallinien ist außerdem eine gewisse Mindestenergie in der einzelnen Testlinie

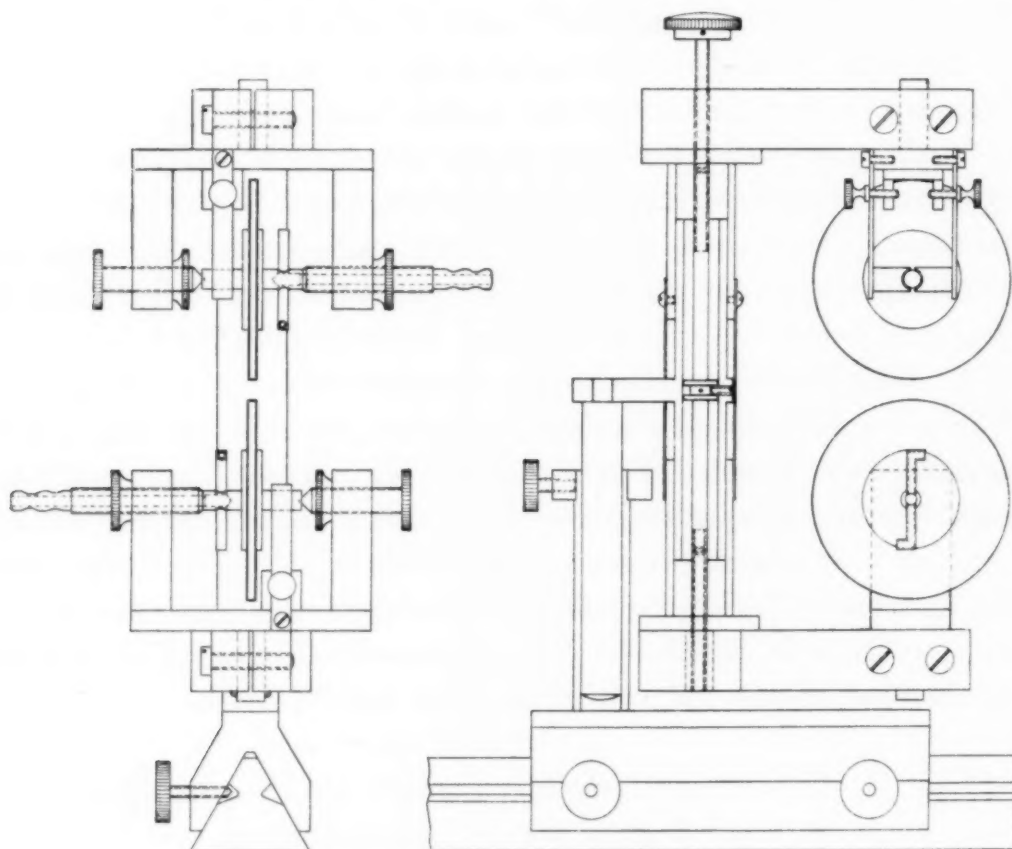


Fig. 14. Funkenstrecke mit rotierenden Scheibenelektroden.  
Antrieb durch Preßluftdüsen.

erforderlich. Es wurde daher zur Funkenstrecke gegriffen (Cd- und Al-Funken), die für langdauernde Zählrohrmessungen dadurch zu einer konstant brennenden Lichtquelle gestaltet werden konnte, daß die Elektroden aus rotierenden Scheiben bestehen, welche mit Hilfe von Preßluftdüsen in sehr hohe Umdrehungszahlen versetzt werden (Fig. 14). Dadurch wird die Elektrodenbrennfläche gegenüber üblichen Funkenstrecken etwa 1000mal vergrößert. Das gewährleistet einerseits selbst bei höherer Energie ein langsames Abbrennen der Elektroden, andererseits wird aber das Flackern der Funken erheblich unterdrückt<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Funkenstrecken mit rotierenden Elektroden sind bereits von W. T. Bovie und G. B. Harrison angewandt worden; siehe W. T. Bovie, Journ. Opt. Soc. Amer. **7**, 1027, 1923; G. B. Harrison, Phys. Rev. (S. 2) **24**, 469, 1924.



Die betriebsfertige Zusammensetzung des Lichtzählrohres im Hochvakuum und seine Bedampfung mit der lichtaktiven Schicht ermöglicht sich dadurch, daß sämtliche Teile (Zählkathode, Zähl draht, Wolframschiffchen zur Metallverdampfung usw.) in einen großen außen verzinnnten Kupfertopf eingebaut wurden, welcher oben einen Planschliff trägt und durch eine Glasschliffplatte vakuumdicht verschlossen werden kann<sup>1)</sup>. Fig. 15.

Sämtliche eingebauten Teile sind durch Schliffeinführung von außen bedienbar. Fig. 15 läßt die Einzelteile deutlich erkennen. In der rechten Vorheizkammer für die zu verdampfenden Metalle befindet sich das herausgeschwenkte Wolframschiffchen, in der linken, der Zählkammer, sieht man in der Mitte das eigentliche Zählrohr mit Einstrahlöffnung, von links eingeschwenkt den Zähl draht, unter ihm halb verdeckt eine drehbare Quarzpfanne mit Kontakt zum Ausglühen des Zähl drahtes und eine schwenkbare Blende zum Abdecken der Zählrohröffnungen während der Metallbedampfung. Der schädliche Hg-Dampfdruck im Zählrohr wird durch Anwendung von Pirani-Manometer und Gaedes Molvakuummeter vollkommen vermieden. Das Licht gelangt durch einen Schliffeinsatz in der Mitte der Deckplatte durch ein Quarz- bzw. Flußspatfenster in die Zählkammer. Der Schliffeinsatz ermöglicht es, später einen Schumann-Spektrographen unmittelbar auf den Zähltopf zu setzen und die Untersuchungen der lichtelektrischen Eigenschaften von Zählrohren auch auf das Schumann-Gebiet ausdehnen zu können.

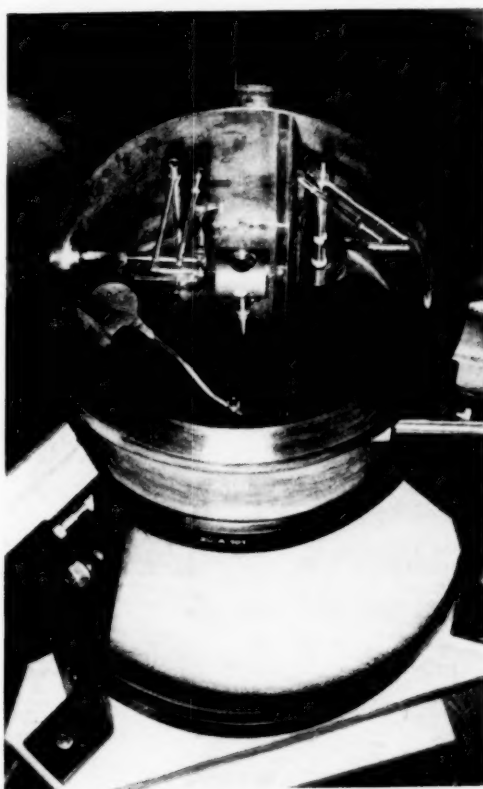


Fig. 15.  
Lichtzählrohr im Vakuumtopf. Wolframschiffchen, Zähl draht usw. schwenkbar angeordnet, um Vorbereitung und Zusammenbau des Zählers im Hochvakuum zu ermöglichen.

<sup>1)</sup> Der Topf wurde uns von der Fa. Friedrich Morsch, Heidelberg, gebaut. Alle anderen Teile der Apparatur sind in der institutseigenen Werkstatt unter Leitung von Herrn A. Gundermann angefertigt.

Die Messungen an dieser neuen Anordnung sind bereits im Gange. Über die Ergebnisse dieser weiteren Untersuchungen wird demnächst ausführlich berichtet.

*Zusammenfassung.*

Die lichtelektrischen Ausbeuten an Zählrohren aus Zink, Cadmium, Aluminium, Kupfer und Eisen wurden in Übereinstimmung mit den bisher an Photozellen gleicher Metalle gemessenen Ausbeuten gefunden.

Messingzählrohre zeigen im wesentlichen die elektrischen Eigenschaften des legierten Zinks.

Durch Behandlung der Zählkathoden mit aktiviertem Wasserstoff konnte die lichtelektrische Ausbeute an den leicht oxydierbaren Metallen im Gebiet um 254 m $\mu$  um zwei Zehnerpotenzen gesteigert werden.

Eine neue Anordnung zur Eichung beliebiger lichtempfindlicher Zählkathoden bis herab zur Schumannngrenze wird beschrieben.

Herrn Prof. Dr. K. W. Haußer, dem verstorbenen Leiter des Institutes, auf dessen Anregung ich diese Arbeit unternommen habe, verdanke ich eine vielseitige Förderung und stete Unterstützung der Untersuchungen.

Der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft bin ich für die Überlassung von Apparaten zu großem Dank verpflichtet.

*Heidelberg, den 1. März 1935.*

(Mitteilung aus dem Elektrophysikalischen Laboratorium des Elektrotechnischen Instituts der Technischen Hochschule München.)

## Gasentladungen in der Nebelkammer.

Von **H. Raether** in München.

Mit 12 Abbildungen. (Eingegangen am 2. März 1935.)

Es werden die Ionisierungsvorgänge, die beim Anlegen von Stoßspannungen an Drähten und Spitzen in verschiedenen Gasen ( $H_2$ ,  $N_2$ , Luft,  $CO_2$ ) entstehen, in der Nebelkammer sichtbar gemacht.

Da man in einer Nebelkammer das Vorhandensein weniger Ionen und ihre räumliche Anordnung beobachten kann, schien es interessant, mit dieser Methode die Ionisierungsvorgänge zu untersuchen, die beim Anlegen von Spannungen zwischen zwei Elektroden in der Kammer entstehen. Da durch die Kondensation die Ionen fixiert werden, hat man die Möglichkeit, die räumliche Entwicklung einer Entladung zu untersuchen, z. B. ob sie kanalförmig oder in breiter Front von einer Elektrode zur anderen fortschreitet, in Abhängigkeit von der Zeitdauer der angelegten Spannung. Man erhält also den Zustand der Entladung festgehalten, wie er nach Ablauf der Stoßzeit sich entwickelt hat. Diese Anwendungsmöglichkeit der Nebelkammer ist inzwischen auch von zwei anderen Autoren<sup>1)</sup> mitgeteilt worden. Die folgende Mitteilung soll zeigen, wie bereits bei einfacher Versuchsanordnung (Spitzen, Drähte) ausgeprägte Entladungsfiguren entstehen, die eine deutliche Abhängigkeit von dem verwendeten Füllgas und von der Polarität aufweisen.

Zur Ausführung der Versuche möchte ich hier nur bemerken, daß in die Nebelkammer, die metallische Seitenwände hat, seitlich sowie durch den Glasdeckel je eine Elektrode eingeführt ist, an welche die Stoßspannung nach der Expansion gelegt wird. Als Stoßentladung wurde vorerst die Entladung eines Kondensators (2000 cm) gewählt (steile Stirn, schnell abfallender Rücken), welche auf die durch den Glasdeckel geführte Elektrode gegeben wurde. Da zu den Elektroden ein Widerstand (20 000  $\Omega$ ) parallel lag, klang die Entladung mit einer Zeitkonstanten von  $4 \cdot 10^{-5}$  sec ab. Photographiert wurde durch den Glasdeckel, wozu die Beleuchtung durch ein Fenster in der Seitenwand der Kammer von einer Bogenlampe (60 bis 70 Amp.) geliefert wurde.

<sup>1)</sup> C. D. Bradley u. L. B. Snoddy, Phys. Rev. **45**, 432, 1934; H. Kroemer, Arch. f. Elektrot. **28**, 703, 1934.

Ausführlicher wurde die Anordnung Spitze—Platte untersucht. Dazu wurde an einen dünnen Kupferdraht eine Kugel ( $r = 0,017$  cm)

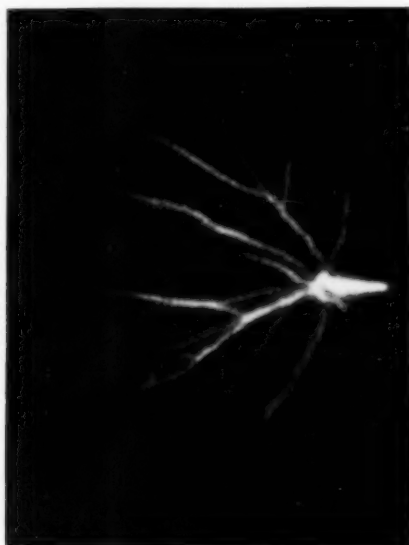


Fig. 1. Entladung in Luft, die beim Anlegen einer positiven Stoßspannung ( $4 \cdot 10^{-5}$  sec Stoßzeit, 8 kV) an eine Spitze, gegenüber einer Platte, entsteht.



Fig. 2. Die Spitze erhält eine negative Spannung von 16 kV (Luft).

angeschmolzen und in 1,5 cm Abstand einer Platte gegenübergestellt. Beim Anlegen von Stoßspannungen schießen zwischen 6 bis 7 kV strahlen-



Fig. 3. Negative Entladung an zwei Spitzen (8,2 kV), von denen eine in der Nähe einer Gegenelektrode liegt, zu welcher kurz vor dem Durchschlag aus der negativen Wolke ein strahlenförmiges Gebilde schießt (Luft).

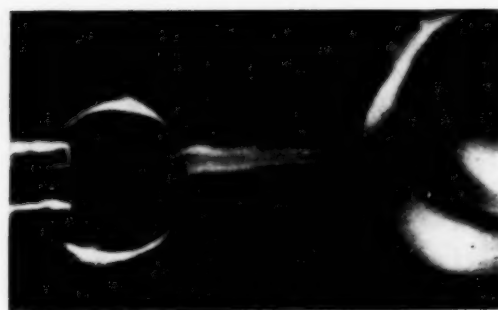


Fig. 4. Negative Entladung an einem Draht-ring gegenüber einer Kugel. Kurz vor dem Durchschlag (16,4 kV). Auch hier geht vom Draht plötzlich ein solcher Doppelstrahl zur Kugel (Luft).

förmig, ungefähr dem Verlauf der Kraftlinien entsprechend, Kanäle von mindestens 10 bis 20 mm Länge aus der positiven Spitze (Fig. 1).



Sie sind auffallend gerade und spalten sich unterwegs öfters. Die Tropfendichte ist so stark, daß z. B. bei 8 kV einige Zeit nach der Expansion die ganze Kammer von Nebel erfüllt ist. Mit steigender Spannung wächst die Zahl der Kanäle, ihre Tropfendichte, sowie ihre Länge, bis sie die Gegenelektrode erreichen, der Durchschlag aber setzt erst ein, wenn die Leitfähigkeit eines der Kanäle genügend groß ist. Hat der Durchschlag eingesetzt, so ist die Kammer von einem außerordentlich dichten und feinen Nebel erfüllt. Bei negativer Spitze bilden sich bei etwa 7,5 kV wenige Tropfen um die Spitze, die mit zunehmender Spannung eine dichte Wolke bilden, in der einzelne Sektoren scharf voneinander getrennt, nach außen diffuser werdend, zu erkennen sind (Fig. 2). Ihre Ausdehnung nimmt mit wachsender Spannung zu und führt mit Erreichen der Gegenelektrode zum Durchschlag. Bei der Anordnung Draht—Kugel und Spitze—Kugel dagegen nimmt mit steigender Spannung die negative Figur nicht so stark an Ausdehnung zu. Knapp vor dem Durchschlag schießt dann ein kanalartiges Gebilde aus der negativen Wolke an die Gegenelektrode, von auffallender Ähnlichkeit in beiden Fällen, wie die Fig. 3 und 4 zeigen.

Die Aufnahmen an der Anordnung Draht—Platte zeigen die gleichen Entladungsformen, deren Ähnlichkeit mit den sogenannten Lichtenberg-schen Figuren auffallend ist (Fig. 5).

Mit der Anordnung Spitze—Platte wurden die gleichen Versuche in den Gasen Wasserstoff, Stickstoff und Kohlen-säure wiederholt, da in diesen sowohl die Ionenbeweglichkeiten wie auch

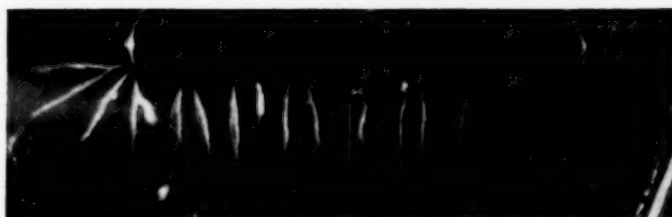


Fig. 5. Positive Entladung von einem Draht gegen eine Platte (7,6 kV, Luft). Die negative Entladung ist viel weniger ausgedehnt und besteht aus kleinen Wolken von wenigen Millimetern Breite, die den Draht umsäumen (Luft).

die Ionisierungszahlen  $\alpha$  und  $\beta$  (Zahl der Ionenpaare, die von einem Elektron bzw. von einem Ion dieses Gases auf 1 cm Weg bei 1 mm Hg gebildet werden) stark variieren.

*Wasserstoff.* Bei positiver Spitze beginnen bei 6,5 kV kleine Tröpfchen, die sich mit zunehmender Spannung etwas vermehren, bei 7,5 kV entsteht eine dichtere Wolke mit einer Struktur, wie sie Fig. 6 bei 11,5 kV zeigt. Es treten hier keine dünnen Kanäle mehr auf, sondern breite Arme, die fast dem Aussehen der negativen Figur in Luft nahekommen. Die negative Figur beginnt ebenfalls bei etwa 6 bis 7 kV mit einer etwas dichteren Wolke als bei entsprechenden Spannungen bei positiver Polarität und hat bei 15 kV

ein Aussehen, wie es Fig. 7 zeigt. Kurz vor dem Durchschlag (16 kV) teilt sich die kugelförmige Front und läßt den bereits sichtbaren Kanal bis an die Gegenelektrode durch.

*Stickstoff.* Die positive Figur hat das gleiche Aussehen wie in Luft und beginnt bei 6,5 bis 7,5 kV. Die negative Figur ähnelt gleichfalls der in Luft und beginnt bei gleichen Spannungen, etwa 7 bis 7,5 kV.

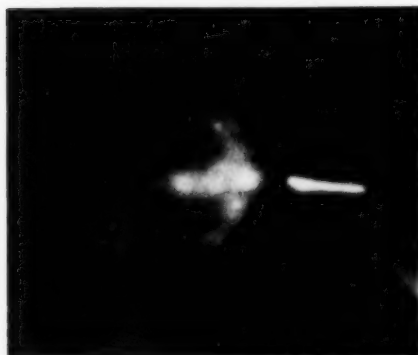


Fig. 6. Entladung von einer positiven Spitze in Wasserstoff (11,5 kV). Die Aufnahme erfolgte etwas zu spät, so daß die Entladung sich bereits etwas von der Spitze entfernt hat.



Fig. 7. Negative Spitze in Wasserstoff (15 kV).

*Kohlensäure.* Bei positiver Spitze sieht man bei 10 bis 11 kV die ersten wenigen Tropfen, sehr unregelmäßig mit der Spannung. Bei 12,5 bis 13 kV entstehen plötzlich lange Kanäle, die bei 13 kV sehr regelmäßig einsetzen (Fig. 8). Diese laufen stark zickzackförmig wie ein Blitz; die Ionendichte des Kanals ist geringer als in Luft. Die negative Figur besteht überraschenderweise auch aus langen Kanälen, die bei etwa 13 kV ziemlich regelmäßig einsetzen (Fig. 9). Sie sind diffuser als die positiven Kanäle, dicker und mit kleinen Verdichtungen durchsetzt; die Länge der Kanäle ist auch schon bei niederen Spannungen so erheblich, daß sie die Gegenelektrode erreichen.

Vergleicht man die Aufnahmen der verschiedenen Gase, so fällt auf, daß bei Wasserstoff die negative Figur, abgesehen von der eigentümlichen Schichtung, fast strukturlos ist, die positive ebenfalls keine scharfen, sondern stark verbreiterte Kanäle zeigt. Die Kanalstruktur der negativen Wolke ist bei Stickstoff und Luft schon ausgeprägter, bei Kohlensäure entstehen bereits verhältnismäßig scharf voneinander getrennte Fäden. Desgleichen wird die positive Figur bei diesen Gasen gegenüber Wasserstoff schärfer begrenzt. Da nun in der Reihe dieser Gase die Beweglichkeit der Ladungsträger in feuchtem Gas von Wasserstoff bis Kohlensäure um eine Größenordnung abnimmt, ist es verständlich, daß die Wasserstoffionen mit ihrer

(gegen Luftionen etwa fünfmal) größeren Beweglichkeit unter dem Einfluß der Querfeldstärke, d. h. der einander abstoßenden elektrischen Kräfte stärker auseinanderdiffundieren und daher verwaschenerere Figuren entstehen als in Luft. In Kohlensäure ist die Beweglichkeit nochmals halb so groß wie in Luft, so daß die Entladungen noch schärfer begrenzt sind, wie besonders an der negativen Figur zu erkennen ist. Es scheint somit der



Fig. 8.  
Positive Spitze in Kohlensäure (16 kV).



Fig. 9.  
Negative Spitze in Kohlensäure (18 kV).

Beweglichkeit der Ionen für die räumliche Ausdehnung der Figur eine wichtige Rolle zuzukommen. Dieses geht auch daraus hervor, daß bei geringeren Anfangsdrucken als Atmosphärendruck die Kanäle der positiven Figur in Luft sich stark verbreitern. Inwieweit jedoch auch eine stärkere Raumladung in den Kanälen zu ihrer Verbreiterung beiträgt, soll in weiteren Versuchen mit einer für geringe Drucke eingerichteten Kammer festgestellt werden.

Das Auffälligste aber an diesen Entladungen ist ihre große Reichweite in das feldschwache Gebiet. Nimmt man z. B. Luft, Anfangsspannung 6 bis 7 kV, so sind zwar in der unmittelbaren Umgebung der kleinen Kugel ( $r = 0,017$  cm) die Feldstärken so hoch ( $\sim 350$  kV/cm), daß  $\alpha$  und  $\beta$  Werte haben, die eine starke Ionendichte verständlich machen. Aber in 1 bis 2 mm Abstand von der Spitze ist das aus der Elektrodenanordnung (ohne Raumladung) berechnete Feld so abgesunken, daß  $\alpha$  und  $\beta$  Null sind, also ein Ionisierungsvorgang aus dem Spitzenbereich nicht hinausgetragen wird<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Man könnte daran denken, daß die Ionen zwar in der unmittelbaren Umgebung der Spitze gebildet werden, aber in der Stoßzeit von  $4 \cdot 10^{-5}$  sec herauswandern. Dann sind aber die verschiedenartigen Formen sowie die Länge der Entladungen unverständlich.

Es muß also das Feld an der Spitze durch Raumladungsbildung so aufgeteilt werden, daß die Ionisierung des Gases in das feldschwache Gebiet herausgeleitet wird. Als ein gutes Beispiel hierfür möchte ich Fig. 10

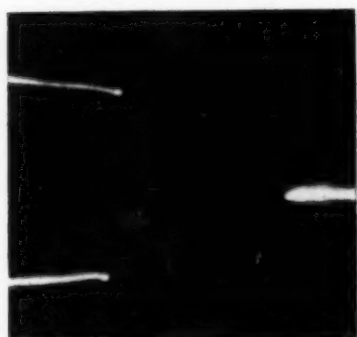


Fig. 10. Eine positive Spitze gegenüber zwei negativen. Der Kanal aus der positiven Spitze teilt sich auf der Höhe der Gegenspitzen und schießt je einen Arm nach je einer Spitze. Die Aufnahme geschah etwas zu spät, so daß die Entladung bereits etwas weggewandert ist (Luft).

anführen, wo eine Spitze zwei Spitzen gegenübergestellt ist und in deren Mitte weist. Bei positiver Spitze schießt aus ihr ein Kanal, der auf die Mitte der Gegenspitzen zielt. Mit zunehmender Spannung wird dieser länger und gabelt sich öfters, bald am Anfang, bald erst auf Höhe der Gegenspitzen und schießt je einen Kanal nach je einer Spitze. Bei höherer Spannung findet diese Teilung bereits an der Metallspitze statt. Dies möchte ich so deuten, daß bei Annäherung des Kanals an die Gegenspitzen das Feld an der Kanalspitze höher wird, bis es ausreicht, um ihn aufzuteilen.

Die Ausbreitung und der Lauf der Kanäle wird wesentlich durch den Verlauf des elektrostatischen Feldes bestimmt. Wird z. B. eine

positive Spitze einer Kugel gegenübergestellt und die Spannung so gewählt, daß die Kanäle aus der Spitze die Kugel erreichen, so krümmen sich diese bei Annäherung an die Kugel entsprechend dem Felde in ihrer Umgebung. Am auffälligsten ist die Führung durch das Feld bei der Anordnung Spitze—Spitze, von denen eine Spitze (1) durch den Glasdeckel, die andere (2) durch die seitliche Metallwand in die Kammer geführt ist. Bei positiver (1) entsteht ein Strahl von Kanälen (Fig. 11), bei positiver (2) geht nur ein Kanal in der Verbindungslinie von (1, 2) von (2) nach (1) (Fig. 12). Diese Verschiedenheit rührt nicht von den Spitzen her, da diese ausgewechselt die gleiche Erscheinung gaben, sondern von dem Kraftlinienverlauf. Denn bei (1) positiv laufen die Kraftlinien von (1) außer nach der Gegenspitze noch nach dem Boden und den metallischen Seitenwänden der Kammer, was bei (2) positiv nicht der Fall ist.

Die Einleitung des Entladungsvorganges muß natürlich durch einen schon vorhandenen Ladungsträger geschehen. Da ein solcher beim Anlegen der Spannung innerhalb der Stoßzeit in der unmittelbaren Nähe der Spitze sich bereit halten muß, kommen zufällig vorhandene Ionen nicht in Frage, da deren Dichte so groß sein müßte, daß sie bei jeder Expansion zu bemerken wären. Bei der Spitze als Kathode ist aber die Ablösung von Elektronen durch kalte Entladung wahrscheinlich, da die Feldstärken sehr hoch



sind. Dagegen bleibt bei positiver Polarität nur die Annahme übrig, daß durch die hohe Feldstärke an der Oberfläche adsorbierte Ionen losgerissen werden<sup>1)</sup>.

Aus obigem läßt sich sagen, daß die Führung des Ionisierungsvorganges durch den Feldverlauf bestimmt wird. Der Ionisierungsvorgang selbst

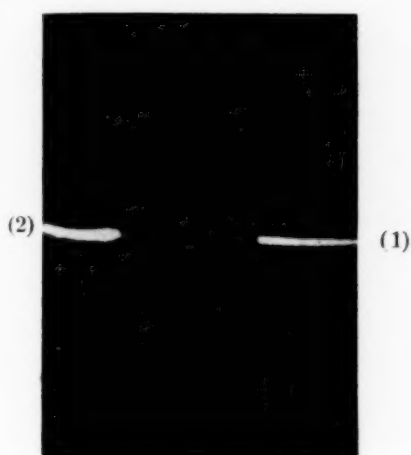


Fig. 11. Spitze gegen Spitze (Luft).  
Spitze (1) positiv.

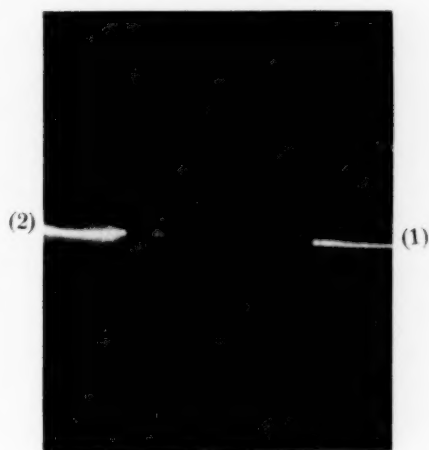


Fig. 12. Wie Fig. 11. Spitze (2) positiv. Die Aufnahme geschah etwas zu spät, so daß die Entladung sich von der Elektrode schon etwas entfernt hat.

scheint sich bevorzugt in engen Gebieten aus dem Spitzenbereich in den feldschwachen Zwischenraum fortzupflanzen, wobei der Mechanismus dieser Ausbreitung noch unbekannt ist. Die Struktur der Entladungsfiguren in den verschiedenen Gasen läßt sich in groben Zügen durch die verschiedene Ionenbeweglichkeit erklären, wobei aber andere Faktoren, wie verschiedene Ionisierungszahlen  $\alpha$  und  $\beta$  und damit verschiedene Ladungsdichten noch eine wichtige Rolle spielen können und sicher für die Polaritätsunterschiede der Figuren maßgebend sind. Zur Klärung dieser Fragen sind jedoch die Ergebnisse weiterer Versuche notwendig.

Herrn Prof. Dr.-Ing. W. O. Schumann, in dessen Institut diese Versuche durchgeführt werden, danke ich bestens für sein freundliches Interesse an dieser Arbeit. Die Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft hat in dankenswerter Weise die Hilfsmittel zu dieser Untersuchung bereitgestellt.

München, den 1. März 1935.

<sup>1)</sup> Vgl. auch K. Buß u. K. Masch, Arch. f. Elektrot. **25**, 744, 1931.

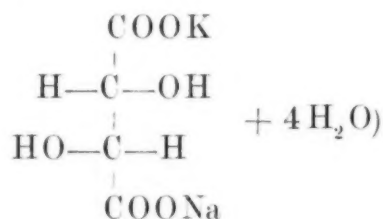
## Die zeitliche Ausbildung der Dielektrizitätskonstante des Seignettesalzes im elektrischen Felde.

Von **Hans Goedecke** in Göttingen.

Mit 15 Abbildungen. (Eingegangen am 4. März 1935.)

Es wird eine Anordnung beschrieben, die den zeitlichen Entladungs- und Aufladungsverlauf eines Seignettesalz-Kondensators bis zu Zeiten von  $3 \cdot 10^{-7}$  sec hinab zu messen gestattet. Die Charakteristiken zeigen, daß drei Gruppen von Ladungsträgern zeitlich nacheinander in Wirksamkeit treten. Die erste, schon unter  $10^{-6}$  sec vorhanden, dürfte eine Elektronenpolarisation bedeuten. Die zweite, zwischen  $10^{-6}$  bis  $10^{-4}$  sec dominierend, entspricht allem Anschein nach einer Polarisation durch Ionenwanderung. Nach  $10^{-4}$  sec endlich treten die Dipolgruppen in Erscheinung, die in erster Linie für die hohe Dielektrizitätskonstante des Seignettesalzes verantwortlich sind. — Aufnahmen von Kathodenstrahloszillogrammen, in denen die Ladung als Funktion der Feldstärke bei höheren Frequenzen untersucht wird, bestätigen die Resultate.

*I. Einleitung.* Seit die außerordentlich hohe Dielektrizitätskonstante des Seignettesalzes (Kalium-Natriumsalz der Rechtsweinsäure



bekannt wurde, ist das dielektrische Verhalten dieses Salzes in zahlreichen Arbeiten behandelt worden. Das Ergebnis der Untersuchungen, soweit diese für die vorliegenden Ausführungen von Interesse sind, ist folgendes: Beim Seignettesalz, welches in der rhombisch bisphenoidischen Klasse mit dem Achsenverhältnis  $a:b:c = 0,832:1:0,430$  kristallisiert, tritt für äußere Felder, welche die Richtung der kristallographischen  $a$ -Achse haben, im Temperaturgebiet zwischen  $-20^\circ$  und  $+25^\circ$  C eine sehr große Polarisierbarkeit auf, die begleitet wird von einer Hysterese der Polarisation und einem Sättigungseffekt für Felder über 220 Volt/cm (die statische Dielektrizitätskonstante erreicht Werte von der Größe 20000 und mehr)<sup>1)</sup>. Außerhalb dieses Temperaturgebietes sowie für Feldrichtungen, welche die  $a$ -Achse des Kristalles senkrecht schneiden, ist die Dielektrizitätskonstante von normaler Größe, und Hysterese und Sättigung sind nicht zu beobachten.

<sup>1)</sup> J. Valasek, Phys. Rev. **17**, 475, 1921; ebenda **19**, 478, 1922; ebenda **24**, 560, 1924; C. Sawyer u. C. Tower, ebenda **35**, 269, 1930; G. Oplatka, Phys. ZS. **34**, 296, 1933.

Die anomalen dielektrischen Eigenschaften des Seignettesalzes können erklärt werden durch die Annahme eines starken inneren Feldes, welches analog dem Weiss'schen Feld der ferromagnetischen Körper im Seignettesalz als elektrisches Feld zwischen den charakteristischen Temperaturen  $-20^{\circ}$  und  $+25^{\circ}$  C in Erscheinung tritt.

Diese Annahme wird gestützt:

1. durch den elektrokalischen Effekt am oberen charakteristischen Temperaturpunkt  $+25^{\circ}$  C. Er läßt in der gleichen Weise wie der magnetokalorische Effekt am Curiepunkt ferromagnetischer Körper einen Rückschluß auf ein inneres Feld zu<sup>1)</sup>.

2. durch das dielektrische Verhalten des Seignettesalzes am oberen charakteristischen Temperaturpunkt. Entsprechend dem Anwachsen der Anfangspermeabilität ferromagnetischer Körper vor dem Curiepunkt wurde für das Seignettesalz vor  $+25^{\circ}$  C ein besonders steiler Anstieg der Dielektrizitätskonstante für kleine Feldstärken festgestellt<sup>2)</sup>.

3. durch die Untersuchung des Kerr-Effektes am Seignettesalz<sup>3)</sup>.

4. durch die Existenz eines Sprunges der spezifischen Wärme des Seignettesalzes am oberen charakteristischen Temperaturpunkt<sup>4)</sup>.

5. durch den Temperatureffekt des Reflexionsvermögens von Röntgenstrahlen<sup>5)</sup>.

Um über die Natur der Ladungsträger, welche für die abnorm hohe Dielektrizitätskonstante des Seignettesalzes verantwortlich sind, Aufschluß zu erhalten, wurde das Verhalten des Seignettesalzes im hochfrequenten Wechselfeld von verschiedenen Autoren untersucht. Nach dem Bekanntwerden der dielektrischen Anomalien des Seignettesalzes war es zuerst Frayne<sup>6)</sup>, der sich mit der Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstante des Seignettesalzes von der Frequenz eines angelegten Wechselfeldes befaßte. Frayne arbeitete mit einer Substitutionsmethode. Er brachte einen Schwingungskreis, der aus einer veränderlichen Selbstinduktion und einem Seignettesalz-Kondensator bestand, mit einem lose gekoppelten Meßsender in Resonanz und ersetzte dann den Seignettesalz-Kondensator durch einen

<sup>1)</sup> P. Kobeko u. J. Kurtschatow, ZS. f. Phys. **66**, 192, 1930. —

<sup>2)</sup> R. Schulwas-Sorokin, ebenda **77**, 541, 1932; B. u. J. Kurtschatow, Phys. ZS. Sow. Union **3**, 321, 1933. — <sup>3)</sup> H. Müller, Phys. Rev. **40**, 1051, 1932; **44**, 854, 1933. — <sup>4)</sup> P. Kobeko u. J. Nelidow, Phys. ZS. Sow. Union **1**, 382, 1932. — <sup>5)</sup> H. Staub, Helv. Phys. Acta **7**, 480, 1934; zu Anmerkungen <sup>1)</sup> bis <sup>5)</sup>, vgl. auch C. Sawyer u. C. Tower, Phys. Rev. **35**, 269, 1930; B. Kurtschatow u. M. Eremjew, Phys. ZS. Sow. Union **1**, 140, 1932; H. Staub, Helv. Phys. Acta **7**, 3, 1934. — <sup>6)</sup> J. Frayne, Phys. Rev. **21**, 348, 1923.

Meßkondensator. Die von Frayne mit dieser Methode gefundene Kurve, welche die Dielektrizitätskonstante bei 0° C als Funktion der Frequenz zeigt, hat folgenden Verlauf: In der Nähe von 8000 Hz wird eine Dispersion der Dielektrizitätskonstante des Seignettesalzes angedeutet. Die Dielektrizitätskonstante fällt hier, von größeren Werten kommend, auf  $\epsilon = 120$  ab. Dieser Wert der Dielektrizitätskonstante bleibt bis zu der Frequenz 40000 Hz erhalten. Es schließt sich ein breites Frequenzgebiet an, welches durch die piezoelektrische Grund- und Oberschwingung der Kristallplatte vollkommen gestört ist und bis zu 350000 Hz reicht. Oberhalb dieses Störgebietes beträgt die Dielektrizitätskonstante nur noch  $\epsilon = 70$ , so daß man in dem gestörten Frequenzgebiet ebenfalls eine Dispersion der Dielektrizitätskonstante annehmen muß.

Im Gegensatz zu dem von Frayne angedeuteten Dispersionsgebiet bei 8000 Hz steht das Ergebnis einer Untersuchung von Kobeko und Kurtschatow<sup>1)</sup>. Diese Autoren fanden, daß die hohe statische Dielektrizitätskonstante des Seignettesalzes bis zu Frequenzen von 20000 Hz erhalten bleibt; darüber hinaus wurde ihre Untersuchung indes nicht ausgedehnt.

Im Anschluß an diese beiden Untersuchungen wurde durch Errera<sup>2)</sup> eine Wiederholung der Wechselstrommessungen in einem umfassenden Frequenzgebiet durchgeführt. Sie brachte aber keine befriedigende Klärung des Verhaltens des Seignettesalzes, da sich wiederum erhebliche Störungen durch piezoelektrische Schwingungen bemerkbar machten. Errera arbeitete mit einer Nernstbrücke und fand in dem von ihm untersuchten Frequenzintervall eine ausgeprägte Störstelle, die sich von 10000 Hz bis zu 150000 Hz hinzog. Oberhalb dieser Störstelle war die Dielektrizitätskonstante kleiner als unterhalb, so daß lediglich die Existenz einer Dispersion der Dielektrizitätskonstante des Seignettesalzes nachgewiesen, nicht aber der Verlauf dieser Dispersion angegeben werden konnte. Von Busch<sup>3)</sup> wurde nachgewiesen, daß an der erwähnten Störstelle tatsächlich eine mechanische Eigenschwingung des Kristalles vorliegt, indem er zeigte, daß dieselbe für dickere Kristallplatten nach größeren Wellenlängen hin wandert. Die Kurven, die von Busch veröffentlicht wurden, zeigen einen ähnlichen Verlauf wie die von Errera angegebenen, nur ist die Störstelle wesentlich schmaler. Sie umfaßt das Frequenzgebiet von 60000 bis 150000 Hz.

<sup>1)</sup> P. Kobeko u. J. Kurtschatow, ZS. f. Phys. **66**, 192, 1930. —

<sup>2)</sup> J. Errera, Phys. ZS. **32**, 369, 1931. — <sup>3)</sup> G. Busch, Helv. Phys. Acta **6**, 315, 1933.



Die Tatsache, daß die Störungen piezoelektrischer Natur bei der Untersuchung der Dispersion der Dielektrizitätskonstante des Seignettesalzes keine befriedigenden Ergebnisse zulassen, machte es wünschenswert, daß ein Verfahren ausgearbeitet wurde, welches eine lückenlose Darstellung ermöglicht, in welcher Weise die Ladungsträger im Seignettesalz Feldänderungen zeitlich zu folgen vermögen. Dem Verfasser wurde daher die Aufgabe gestellt, eine Apparatur zu entwickeln, welche den zeitlichen Entladungsverlauf eines Seignettesalz-Kondensators von  $3 \cdot 10^{-7}$  sec nach Beginn der Entladung ab zu verfolgen gestattet. Mit dieser Apparatur sollte anschließend der Entladungsverlauf eines Seignettesalz-Kondensators im Temperaturgebiet zwischen  $-20^{\circ}$  und  $+25^{\circ}$  C sowie unterhalb dieses Gebietes gemessen werden, um aus ihm Rückschlüsse auf die Natur der Ladungsträger und das dielektrische Verhalten dieses Salzes am unteren charakteristischen Temperaturpunkt zu ziehen. Über die Lösung dieser Aufgabe wird im folgenden berichtet.

II. Untersuchungsmethode und Versuchsanordnung. Das Prinzip der Untersuchungsmethode soll an Fig. 1 erläutert werden: Der Seignettesalz-Kondensator  $C$  wird über die Wippe  $W_1$  durch die Spannungsquelle  $B_1$  auf

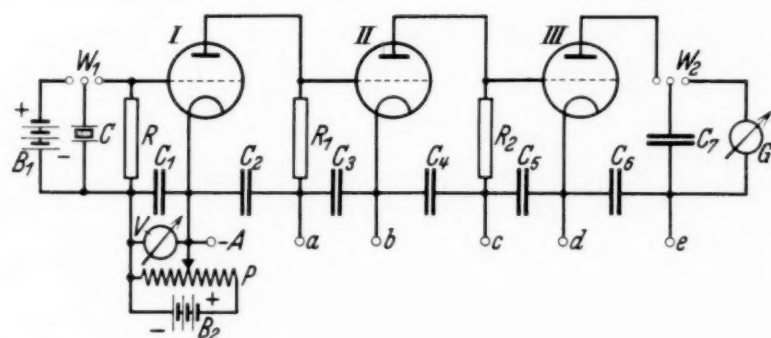


Fig. 1. Röhre I: RES 164 d (Schirmgitterspannung 225 Volt, Gittervorspannung  $-47$  Volt). Röhre II: REN 1821. Röhre III: RE 034.  $C_1$  bis  $C_6 = 1 \mu\text{F}$ .  $C_7 = 0,1 \mu\text{F}$ .  $R_1 = R_2 = 10^4 \text{ Ohm}$ . Betriebsspannungen gegenüber  $-A$ :

a	b	c	d	e
+ 225	+ 150	+ 320	+ 300	+ 400 Volt

die Spannung  $V_0$  aufgeladen. Durch Umlegen der Wippe  $W_1$  erfolgt die Entladung des Seignettesalz-Kondensators  $C$  über den induktionsfreien Drallowidwiderstand  $R$ . Die Spannung  $V$  über diesem Widerstand in Abhängigkeit von der Entladungszeit  $t$  wird gesucht. Sie läßt sich mittels der angeschalteten Röhrenanordnung und mit Hilfe des ballistischen Galvanometers  $G$  auf folgende Weise finden: Der Widerstand  $R$  liegt im Gittereingang eines Dreiröhren-Widerstandsverstärkers; durch die Batterie  $B_2$

und mittels des Potentiometers  $P$  wird eine wählbare negative Gittervorspannung  $-V'$  über dem Kondensator  $C_1$  vorgegeben. Die Betriebsspannungen der Röhre sind so gewählt, daß im Ruhezustand die Röhre II über  $R_2$  einen hinreichenden Spannungsabfall erzeugt, um die Endröhre III zu blockieren.

Tritt zu der stationären Gittervorspannung  $-V'$  noch ein positiv gerichteter Spannungsabfall  $V$  über  $R$  hinzu, so wird von einer bestimmten Gitterspannung  $V - V' = -V_g$  ab der Strom durch I so gesteigert, und durch II entsprechend gedrosselt, daß der Anodenstrom in III fließen kann. Es genügt, daß die Gitterspannung  $V - V'$  den durch  $-V_g$  festgelegten Arbeitspunkt auf der Kennlinie der Röhre I um 0,1 Volt überschreitet, um den Sättigungsstrom  $I_s$  der Röhre III hervorzurufen. Die Messung der Entladungscharakteristik erfolgt nun nach folgendem Prinzip: Durch Umschalten der Wippe  $W_1$  auf Entladung über  $R$  wird die Blockierung der Röhre III aufgehoben. Es fließt Sättigungsstrom auf den Meßkondensator  $C_7$ , bis die Gitterspannung  $V - V'$  so weit ins Negative abgesunken ist (auf  $-V_g$ ), daß III wieder gesperrt wird. Die auf  $C_7$  gespeicherte Elektrizitätsmenge, die durch das Galvanometer  $G$  anschließend ballistisch gemessen wird, ist ein Maß für die Zeit, die vom Beginn der Entladung bis zu dem Zeitpunkt verging, in dem  $V = V' - V_g$  geworden ist. Wird die stationäre Vorspannung  $-V'$  bis  $-V_g$  heraufgeschoben, so wird die Zeit bis zur vollen Entladung des Kondensators  $C$  gemessen, wird sie um  $V_0$  unter  $-V_g$  gesenkt, so wird III sofort abgeschaltet: also kann durch systematische Abänderung von  $V'$  nacheinander die ganze Reihe der zu den verschiedenen Spannungswerten gehörenden Entladungszeiten ermittelt werden.

Der Arbeitspunkt der Röhre I ( $-V_g$ ) muß so weit im negativen Bereich der Kennlinie liegen, daß die Gitterspannung  $V - V'$  keinen Gitterstrom hervorrufen kann; andernfalls fließt während der Entladung des Seignettesalz-Kondensators  $C$  ein Teil der Gesamtladung über den Weg Kathode—Gitter der Röhre I ab. Bei der Dimensionierung der Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  muß berücksichtigt werden, daß einerseits mit der Anordnung noch sehr kleine Zeitintervalle gemessen werden sollen, andererseits der Verstärkungsgrad groß sein soll, damit die Blockierung der Röhre III bereits aufgehoben wird, wenn die Steuerspannung am Gitter der Röhre I den Arbeitspunkt der Kennlinie nur um den geringsten Betrag überschreitet. Die erste Forderung führt zu kleinen Werten der Widerstände  $R_1$  und  $R_2$ , die zweite zu großen. In die vom Verfasser benutzte Apparatur waren induktionsfreie Widerstände von der Größe  $10^4$  Ohm eingebaut. Es konnte

noch ein Zeitintervall von der Größe  $3 \cdot 10^{-7}$  sec gemessen werden, und ein Überschreiten des Arbeitspunktes der Kennlinie der Röhre I um 0,1 Volt genügte bereits, um die Blockierung der Röhre III aufzuheben und Sättigungsstrom hervorzurufen.

Bei dem Aufbau der Apparatur mußte besondere Sorgfalt auf die Isolation des Anodenkreises der Röhre III gelegt werden, um eine unerwünschte Aufladung des Kondensators  $C_7$  und einen Strom durch das Galvanometer  $G$  zu vermeiden. Die spannungsführenden Teile dieses Kreises waren auf Bernstein montiert, und der Anodenanschluß der Röhre III nach Entfernung des Anodenstiftes zur Verbesserung der Isolation frei durch den Sockel herausgeführt worden. Die Spannungszuleitungen zu der Röhrenanordnung waren durch die Blockkondensatoren  $C_2$  bis  $C_6$  überbrückt und die Verbindungen im Innern des Verstärkers so kurz wie möglich gehalten. Die Empfindlichkeit der Anordnung wurde durch einen Regelwiderstand in der Heizleitung der Röhre III verändert. Für lange Entladungszeiten wurde die Kathode der Röhre III unterheizt. Dadurch konnte mit sehr kleinen Sättigungsströmen gearbeitet werden. Die eingestellten Heizströme wurden durch einen Kompensationsapparat mit sehr empfindlichem Nullinstrument kontrolliert, um die Gewähr dafür zu haben, daß die Sättigungsströme konstant blieben. Die Berechnung der Entladungszeit aus dem ballistischen Ausschlag des Galvanometers durfte nicht unter Zugrundelegung der statisch gemessenen Sättigungsstromstärke erfolgen, da die Größe des statischen Sättigungsstromes von der Überlagerung des Anodenstromes über den Heizstrom abhängig ist. Bei den in Frage kommenden Entladungszeiten wirkt sich diese Überlagerung des Anodenstromes infolge der Wärmeträgheit des Heizfadens nicht aus. Die wirksame Sättigungsstromstärke ist daher von einer anderen Größe als die statisch gemessene. Die Apparatur wurde deshalb besonders geeicht, indem an Stelle des Seignettesalz-Kondensators ein Luftkondensator bekannter Größe eingesetzt wurde<sup>1)</sup>.

Da man es beim Seignettesalz mit einem Halbleiter zu tun hat — der Widerstand der verwendeten Kristallplatten war bei Zimmertemperatur von der Größenordnung  $10^8$  Ohm, bei tieferen Temperaturen sehr viel größer —, mußte dafür gesorgt werden, daß beim Umlegen der Wippe  $W_1$

<sup>1)</sup> Den zeitlichen Ablauf eines Vorganges an dem Ladestrom eines Kondensators zu messen, ist an sich ein in der Physik altbekanntes Prinzip. In moderner Form ist es kürzlich zur Messung von Funkenverzögerungen verwendet worden durch M. Steenbeck u. R. Strigel, Archiv f. Elektrotechnik **26**, 831, 1932.

keine merklichen Spannungsverluste über dem Seignettesalz-Kondensator auftraten. Dies wurde erreicht durch eine kurze Umschaltzeit. Die Wippe  $W_1$  wurde durch ein fallendes Gewicht in Tätigkeit gesetzt, wodurch die Umschaltzeit auf etwa  $10^{-3}$  sec herabgesetzt wurde.

Eine Kontrolle, ob in dieser Umschaltzeit keine merklichen Spannungsverluste eingetreten waren, wurde vor jeder Messung ausgeführt. Zu diesem Zwecke wurde die Entladung des Seignettesalz-Kondensators  $C$  über einen sehr großen Widerstand  $R$  (Größenordnung  $10^7$  Ohm) vorgenommen und

die Spannung  $V'$  (über  $C_1$ ) ermittelt, bei welcher sich bei empfindlichster Einstellung der Röhrenanordnung ( $I_s$  möglichst groß) gerade noch ein ballistischer Ausschlag des Galvanometers  $G$  während der Entladung des Seignettesalz-Kondensators beobachten ließ. Der Spannungsverlust, der über dem Seignettesalz-Kondensator  $C$  während der Umschaltzeit entstanden war, betrug dann  $V_0 - V' + V_g$ . Er war für alle Temperaturen, bei denen der Entladungsverlauf des Seignettesalz-Kondensators gemessen wurde, vernachlässigbar klein.

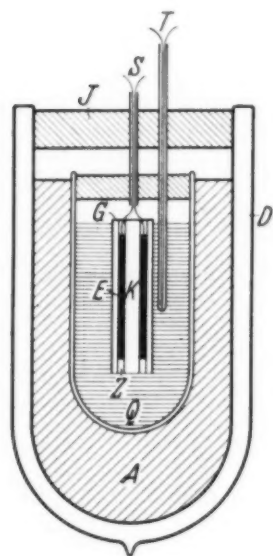


Fig. 2.

- $K$  = Kristallplatte.
- $E$  = Quecksilberelektroden.
- $G$  = Glasplatten.
- $Z$  = Zelluloidrahmen.
- $Q$  = Quecksilberbad.
- $A$  = Alkohol.
- $D$  = Dewargefäß.
- $J$  = Wärmeisolation.
- $S$  = Stromzuführungen.
- $T$  = Thermoelement.

Die zur Verwendung gelangenden Kristallplatten wurden mit einem nassen Faden aus einem großen Seignettesalz-Kristall herausgeschnitten und planparallel geschabt. Die Platten waren so orientiert, daß die Schnittflächen senkrecht zur  $a$ -Achse des Kristalles verliefen. Auf die Kristallplatten, welche die Abmessungen  $3,5 \times 5,5 \times 0,5$  cm<sup>3</sup> aufwiesen, wurde von beiden Seiten ein Zelluloidrahmen mit den Innenabmessungen  $2,5 \times 4,5$  cm<sup>2</sup> aufgesetzt (Fig. 2). Die Zelluloidrahmen wurden durch Glasplatten abgedeckt, so daß auf jeder Seite der Kristallplatte ein Zwischenraum entstand, der mit Quecksilber angefüllt wurde. In die so gebildeten Quecksilberelektroden tauchten Platinzuführungen ein. Das Ganze wurde durch eine Feder mit leichtem Druck zusammengehalten und tauchte in einer Glasröhre im Quecksilberbad unter. Zur Temperaturbestimmung befand sich in dem Quecksilberbad ein geschütztes Kupfer-Konstantan-Thermoelement. Die Glasröhre stand, umgeben von Alkohol, in einem Dewargefäß, welches zur Temperaturniedrigung mit festem Kohlendioxyd beschickt wurde. Die beschriebene Anordnung wurde vor jeder Messung längere Zeit sich selbst



überlassen, damit sich im Innern des Quecksilberbades eine gleichmäßige Temperatur einstellte.

Um in einem Gebiet großer statischer Dielektrizitätskonstante zu arbeiten — die Polarisierbarkeit des Seignettesalzes ist bekanntlich stark feldabhängig und in den beiden Richtungen der  $a$ -Achse verschieden<sup>1)</sup> —, wurde bei den vorliegenden Untersuchungen ein Feld von 60 Volt/cm in der Richtung der größeren Polarisierbarkeit angelegt. Die Aufladezeit betrug in allen Fällen eine Sekunde. Die Größe des Entladungswiderstandes  $R$  richtete sich nach der Kapazität des Seignettesalz-Kondensators und nach dem Zeitintervall, in dem der Entladungsverlauf bestimmt werden sollte. Er betrug für kurze Entladungszeiten  $10^4$  Ohm, für lange Entladungszeiten  $10^5$  Ohm und  $2 \cdot 10^6$  Ohm, je nach der Temperatur, bei der die Untersuchung vorgenommen wurde.

*III. Ergebnisse der Untersuchung.* Der Entladungsverlauf des Seignettesalz-Kondensators wurde mit der beschriebenen Apparatur zunächst bei Zimmertemperatur in einem Zeitintervall zwischen  $10^{-5}$  und  $10^{-3}$  sec untersucht, da in dem entsprechenden Frequenzintervall zwischen  $10^5$  und  $10^3$  Hz die von Frayne angedeutete Dispersion der Dielektrizitätskonstante des Seignettesalzes zu erwarten ist.

Wie aus Fig. 3 hervorgeht, ist der Verlauf der Entladung in diesem Intervall sehr aufschlußreich. Die Kurve I stellt die Entladung des Seignettesalz-Kondensators über einen Widerstand  $R = 1,03 \cdot 10^5$  Ohm ( $V_0 = 30$  Volt) bei  $18,5^\circ\text{C}$  dar. Darüber ist zum Vergleich der berechnete Entladungsverlauf eines Kondensators eingezeichnet worden (Kurve II), dessen Dielektrikum keine Dispersion der Dielektrizitätskonstante zeigt, und dessen statische Kapazität von derselben Größe ist wie die des Seignettesalz-Kondensators. Die statische Kapazität betrug im vorliegenden Fall  $0,02 \mu\text{F}$ . Aus dem schnellen Abfallen der Spannung des Seignettesalz-Kondensators (Fig. 3) wird ersichtlich, daß er zuerst als Kondensator kleiner Kapazität wirkt, und daß erst nach etwa  $10^{-4}$  sec seine große Polarisationskapazität Ladung freigibt.

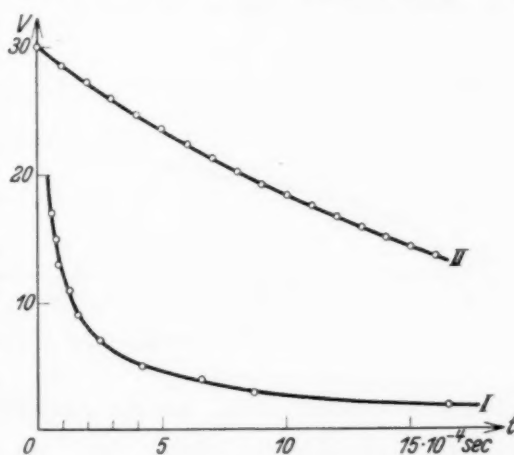


Fig. 3.  $R = 1,03 \cdot 10^5$  Ohm.

<sup>1)</sup> R. David, *Helv. Phys. Acta* **7**, 647, 1934.

Um die Abweichung des Entladungsverlaufes des Seignettesalz-Kondensators vom Exponentialgesetz noch deutlicher zu machen, sind in den folgenden Figuren die Entladungsvorgänge logarithmisch dargestellt.

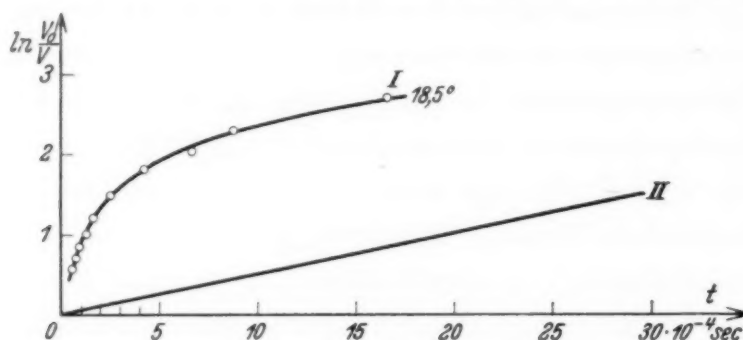


Fig. 4.  $R = 1,03 \cdot 10^5$  Ohm.

Als Abszisse ist die Entladungszeit  $t$  und als Ordinate  $\ln V_0/V$  gewählt, wobei wiederum  $V_0$  die Ausgangsspannung und  $V$  die veränderliche Spannung über dem Entladungswiderstand  $R$  bedeuten. In Fig. 4 sind die Kurven der Fig. 3 in dieser Form aufgetragen. Die Entladungskurve II erscheint entsprechend dem Gesetz:

$$\ln \frac{V_0}{V} = \frac{t}{R \cdot C}$$

als gerade Linie, die durch den Nullpunkt geht und deren reziproke Steigung ein Maß für die Kapazität  $C$  ist. Die Entladungskurve I zeigt im Gegen-

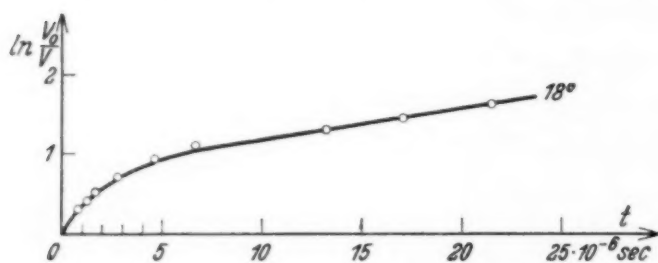


Fig. 5.  $R = 10^4$  Ohm.

satz hierzu in der Nähe von  $t = 10^{-4}$  sec eine Richtungsänderung, die darauf hinweist, daß von dieser Stelle ab die Dielektrizitätskonstante, die den Entladungsverlauf bestimmt, größer wird.

Beim Übergang auf kurze Entladungszeiten ( $R = 10^4$  Ohm) stellt sich heraus, wie Fig. 5 zeigt, daß in diesem Zeitintervall bei Zimmertemperatur ebenfalls eine Richtungsänderung der logarithmisch aufgetragenen Entladungskurve zu finden ist. Dieser Befund stimmt mit der Untersuchung Fraynes überein, aus dessen Messungen auf zwei Dispersionsstellen der Dielektrizitätskonstante des Seignettesalzes geschlossen werden kann.

Den Entladungsverlauf eines Seignettesalz-Kondensators, soweit er hier verfolgt wurde, bestimmen demnach drei Arten von Ladungsträgern.

Sie seien im folgenden der Einfachheit halber als Ladungsträger *A*, *B* und *C* bezeichnet. Die Ladungsträger *A* liefern eine Elektrizitätsmenge, die man aus dem Wert der anfänglichen Steigung der logarithmischen Entladungskurve ermitteln kann. Von  $t \sim 10^{-6}$  sec ab beteiligen sich außer den Ladungsträgern *A* auch noch die Träger *B* an der Entladung, und nach  $t \sim 10^{-4}$  sec kommen zu den Ladungsträgern *A* und *B* noch die Träger *C* hinzu.

Es ist von Interesse, den Einfluß einer Temperaturänderung auf diese drei Gruppen von Ladungsträgern zu untersuchen. Der Übergang zu tiefen Temperaturen im Temperaturgebiet zwischen  $-20^{\circ}$  und  $+25^{\circ}$  C hat, wie Fig. 6 und 7 zeigen, keine Veränderung des

Charakters der Entladungskurve im Gefolge. Lediglich die Dielektrizitätskonstante ist temperaturabhängig, wie man an der veränderten Steigung der Entladungskurven erkennen kann.

Das Unterschreiten des charakteristischen Temperaturpunktes  $-20^{\circ}$  C bringt im Gebiet kurzer Entladungszeiten (Fig. 8) ebenfalls keine Ver-

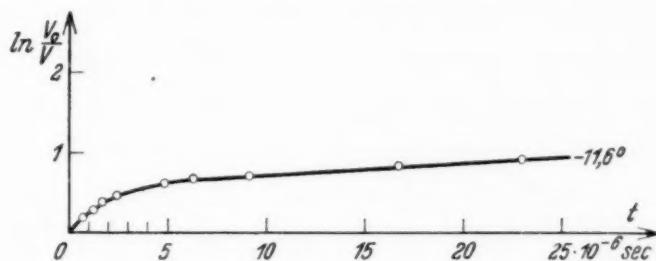


Fig. 6.  $R = 10^4$  Ohm.

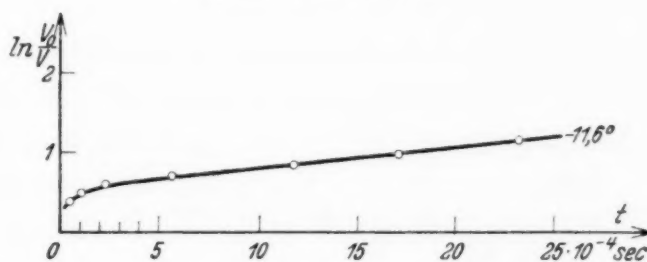


Fig. 7.  $R = 1,03 \cdot 10^5$  Ohm.

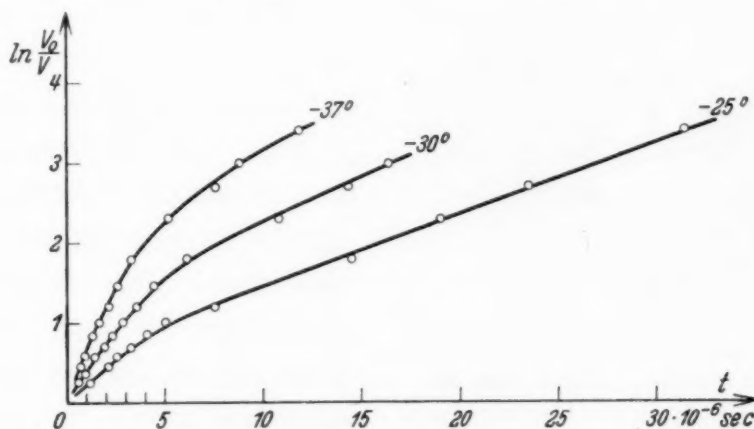


Fig. 8.  $R = 10^4$  Ohm.

änderung der Form der Entladungskurven, dagegen zeigen die Entladungskurven im Gebiet der langen Entladungszeiten unterhalb von  $-20^{\circ}$  C

(Fig. 9) einen vollkommen geradlinigen Verlauf, der darauf hinweist, daß in diesem Temperaturgebiet die Ladungsträger  $C$  die Fähigkeit verlieren, einen Beitrag zur Gesamtpolarisation des Seignettesalzes zu liefern. Diese

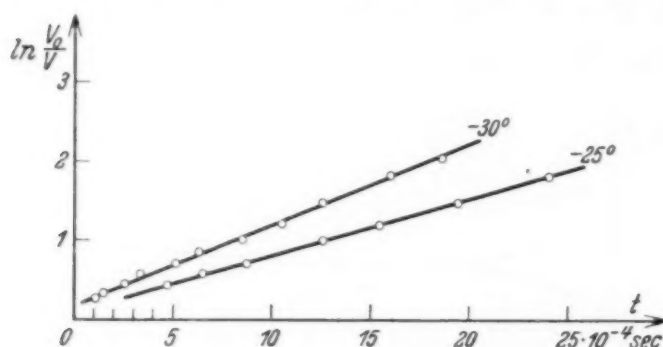


Fig. 9.  $R = 1,9 \cdot 10^6$  Ohm.

Tatsache legt die Schlußfolgerung nahe, daß die Ladungsträger  $C$  für die Sättigungserscheinung und die Hysterese der Polarisation des Seignettesalzes verantwortlich sind, da sie nur in dem Temperaturgebiet einen Polarisationsbeitrag

liefern, in dem die anomalen dielektrischen Eigenschaften des Seignettesalzes zu beobachten sind. Es müßten demnach Sättigung und Hysterese

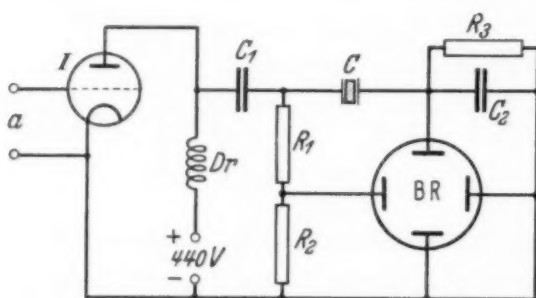


Fig. 10. Röhre I: RV 218.  $C_1 = 2 \mu\text{F}$ .  $C_2 = 0,01 \mu\text{F}$  für  $10^5$  Hz ( $0,1 \mu\text{F}$  für 50 Hz).  $R_1 = 10^5$  Ohm.  $R_2 = 2 \cdot 10^4$  Ohm für  $10^5$  Hz ( $10^4$  Ohm für 50 Hz).  $R_3 = 2 \cdot 10^6$  Ohm.

auch für Temperaturen zwischen  $-20^\circ$  und  $+25^\circ$  C verschwinden, wenn der Kristall Wechselfeldern, deren Frequenzen kleiner als etwa  $10^4$  Hz sind, ausgesetzt wird, denn bei diesen Frequenzen vermögen die Ladungsträger  $C$ , wie die vorliegenden Untersuchungen gezeigt haben, den Feldänderungen nicht mehr zu folgen.

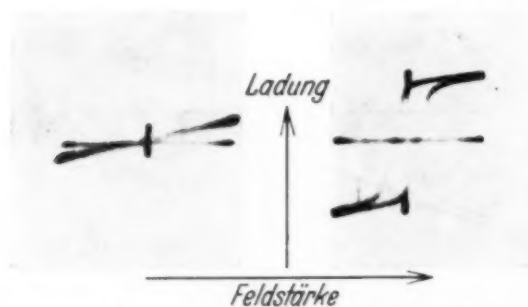


Fig. 11.  
Frequenz:  $10^5$  Hz.  
Feldstärke:  
300 Volt/cm.

Fig. 12.  
Frequenz: 50 Hz.  
Feldstärke:  
450 Volt/cm.

Um diese Überlegung zu bestätigen, wurde am Seignettesalz mit einem Kathodenstrahloszillographen eine Untersuchung vorgenommen; das Schaltbild der benutzten Anordnung ist in Fig. 10 dargestellt. Das Gitter  $a$  einer Senderöhre I wird durch die Wechselspannung eines Röhren-

generators gesteuert. Die Wechselstromkomponente des Anodenstromes fließt über den Blockkondensator  $C_1$  durch die Stromzweige  $R_1$ ,  $R_2$  sowie  $C$ ,  $C_2$ . Die Braunsche Röhre BR ist nach Sawyer und Tower<sup>1)</sup> so geschaltet, daß die Wechselspannung

<sup>1)</sup> C. Sawyer u. C. Tower, Phys. Rev. **35**, 269, 1930.



an den horizontalen Ablenkplatten der Gesamtspannung, die Wechselspannung an den vertikalen Ablenkplatten der Ladung des Seignettesalz-Kondensators  $C$  proportional sind.

Die Abhängigkeit der Ladung des Seignettesalz-Kondensators von der Feldstärke wurde bei Zimmertemperatur ( $18^{\circ}\text{C}$ ) untersucht. Die Frequenz betrug  $10^5$  Hz. Fig. 11 gibt das mit der beschriebenen Anordnung aufgenommene Oszillogramm wieder. Zum Vergleich dient die Hysteresisschleife des Seignettesalzes in Fig. 12, die man unter den gleichen Bedingungen für eine Frequenz von 50 Hz erhält. Wie erwartet, treten bei  $10^5$  Wechseln Sättigung und Hysterese nicht mehr in Erscheinung. Eine Untersuchung, die bei  $-12^{\circ}\text{C}$  vorgenommen wurde, zeigte dasselbe Ergebnis.

*IV. Diskussion.* Im Zusammenhang mit den beschriebenen Untersuchungen am Seignettesalz ist es von Interesse, nach Anhaltspunkten zu suchen, die eine Aussage über die Natur der Ladungsträger im Seignettesalz ermöglichen. Dafür ist es naheliegend, die Größe der Polarisationsbeiträge der einzelnen Gruppen von Ladungsträgern sowie ihre Temperaturabhängigkeit zu verfolgen. In Tabelle 1 sind die Elektrizitätsmengen  $Q_A$ ,  $Q_{AB}$  und  $Q_{ABC}$ , die von den Ladungsträgern  $A$ ,  $B$  und  $C$  herrühren und während der Entladung über den Widerstand  $R$  abfließen, zusammengestellt. Unter diesen stehen die aus den Ladungsmengen  $Q_A$ ,  $Q_B$  und  $Q_C$  berechneten Werte der Dielektrizitätskonstanten  $\epsilon_A$ ,  $\epsilon_B$  und  $\epsilon_C$ .

Tabelle 1. Ladungsmengen in  $10^{-8}$  Amp. sec und Dielektrizitätskonstanten.

$T$	$-37^{\circ}\text{C}$	$-30^{\circ}\text{C}$	$-25^{\circ}\text{C}$	$-11,6^{\circ}\text{C}$	$+8,7^{\circ}\text{C}$	$+18^{\circ}\text{C}$
$Q_A$ . . . .	0,45	0,75	1,32	1,38	0,54	0,90
$Q_{AB}$ . . . .	0,69	1,21	2,08	11,20	2,66	4,04
$Q_{ABC}$ . . . .	—	—	—	70	—	—
$Q_{\text{stat.}}$ . . . .	—	—	—	71,4	66,5	60
$\epsilon_A$ . . . . .	75	126	222	232	91	151
$\epsilon_B$ . . . . .	40	78	128	1 650	356	525
$\epsilon_C$ . . . . .	—	—	—	11 120	10 750	9300

Die Ladungsmengen  $Q_A$  wurden aus der anfänglichen Steigung der logarithmischen Entladungskurven für  $R = 10^4$  Ohm bestimmt, die Werte  $Q_{AB}$  durch Integration der Entladungskurven  $V = f(t)$  für  $R = 10^4$  Ohm. Da die Integration von  $t = 0$  bis  $t = \infty$  durchzuführen war, wurde der geradlinige Teil der Entladungskurve  $\ln V_0/V = g(t)$  (z. B. in Fig. 5) bis zur vollen Entladungszeit verlängert, die so entstandene Kurve

in die Entladungskurve  $V = f(t)$  umgezeichnet und diese dann planimetriert. Auf dieselbe Weise wurde die Elektrizitätsmenge  $Q_{ABC}$  für  $-11,6^\circ\text{C}$  aus der Kurve in Fig. 7 ermittelt. Für  $8,7^\circ\text{C}$  und  $18^\circ\text{C}$  ließ sich die Bestimmung von  $Q_{ABC}$  durch Integration nicht durchführen, da bei diesen Temperaturen die logarithmische Entladungskurve nicht den geradlinig verlaufenden Teil zeigt (siehe Fig. 4), der für die oben beschriebene Extrapolation Vorbedingung ist. Es wurde daher ein anderer Weg zur Bestimmung von  $\epsilon_C$  aus der Ladungsmenge eingeschlagen: Aus der Identität der durch Integration gewonnenen Elektrizitätsmenge  $Q_{ABC}$  und der mittels eines ballistischen Galvanometers gemessenen Ladungsmenge  $Q_{\text{stat.}}$  für  $-11,6^\circ\text{C}$  (Tabelle 1) geht hervor, daß die Gesamtpolarisation des Seignettesalzes durch die Ladungsträger  $A$ ,  $B$  und  $C$  bedingt ist. Es ist daher statthaft, zur Berechnung der Werte  $\epsilon_C$  die Elektrizitätsmengen  $Q_{\text{stat.}}$  zugrunde zu legen.

Über die Ladungsträger  $A$  kann man auf Grund der vorliegenden Ergebnisse aussagen: Die Elektrizitätsmenge, die vor  $10^{-6}$  sec den Entladungsverlauf bestimmt, muß in Elektroneneffekten ihren Ursprung haben, die den Spannungsänderungen momentan folgen können. Die Temperaturabhängigkeit der Werte  $\epsilon_A$  kann (unterhalb von  $-20^\circ\text{C}$ ) nicht durch ein einfaches mathematisches Gesetz beschrieben werden. Man wird an eine Überlagerung von Atompolarisation, Gitterpolarisation und Elektronenwanderung zu denken haben. (Die Temperaturen zwischen  $-20^\circ$  und  $+25^\circ\text{C}$  sollen zunächst außer acht gelassen werden, da in diesem Gebiet eine Störung der Temperaturabhängigkeit der Werte  $\epsilon_A$  und  $\epsilon_B$  durch das Auftreten des inneren Feldes entsteht.) Die Werte der Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_B$  folgen unterhalb von  $-20^\circ\text{C}$  mit wachsender Temperatur sehr genau einem Exponentialgesetz. Es liegt daher die Vermutung nahe, daß die Ladungsträger  $B$  Ionen sind. Die Ladungsträger  $C$  liefern den überwiegenden Anteil an der Gesamtpolarisation. Da sie mit der Existenz des inneren Feldes im Seignettesalz zusammenhängen, wird man — nach den Vorstellungen, die man vom Zustandekommen des inneren Feldes hat — annehmen müssen, daß es sich bei ihnen um Dipole, wahrscheinlich um orientierte Wasserdipole handelt.

In dem Temperaturgebiet zwischen  $-20^\circ\text{C}$  und  $+25^\circ\text{C}$  besteht, wie Tabelle 1 zeigt, eine komplizierte Temperaturabhängigkeit der Werte  $\epsilon_A$  und  $\epsilon_B$ : die Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_B$  z. B. beträgt bei  $-11,6^\circ\text{C}$  1650, bei  $8,7^\circ\text{C}$  356, um mit wachsender Temperatur wieder anzusteigen. Die Polarisationsvorgänge, die durch die Ladungsträger  $A$  und  $B$  bedingt sind, werden im Temperaturgebiet zwischen  $-20^\circ\text{C}$  und  $+25^\circ\text{C}$  offenbar durch das Auftreten des inneren Feldes gestört.

V. Vorgänge bei der Aufladung. Diese Störung der Ladungsträger  $A$  und  $B$  durch die Ladungsträger  $C$  läßt sich direkt nachweisen, wenn man den Aufladungsverlauf des Seignettesalz-Kondensators verfolgt. Für die Ladungsträger  $A$  und  $B$  unterscheiden sich Entladung und Aufladung dadurch, daß im Zeitintervall zwischen  $t = 0$  und  $t \sim 10^{-4}$  sec im ersten Fall eine gerichtete Polarisierung durch die Dipole  $C$  vorhanden ist, im zweiten Fall nicht. Die Ladungsmenge  $Q_{AB}$ , die im betrachteten Zeitintervall den Entladungs- bzw. Aufladungsprozeß bestimmt, muß daher in beiden Fällen verschieden sein, wenn eine Beeinflussung durch das innere Feld vorliegt.

Zur Untersuchung des Aufladevorganges war die in Fig. 1 beschriebene Apparatur so abgeändert worden (Fig. 13), daß die Aufladung des Kondensators  $C$  über den Widerstand  $R$  mit einem Schalter  $S$  vorgenommen und der

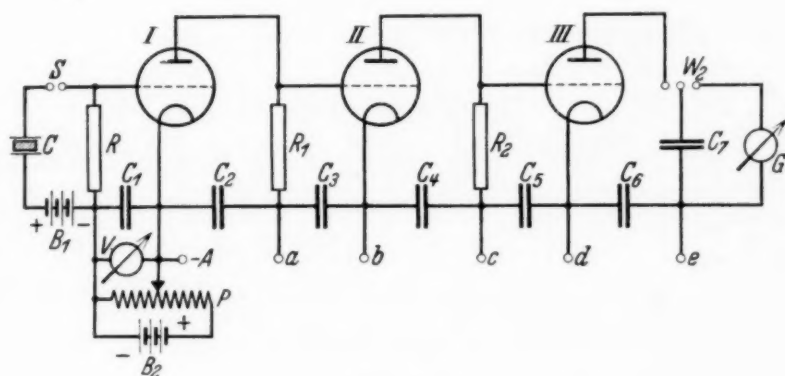


Fig. 13.

Spannungsverlauf  $V = f(t)$  über dem Widerstand  $R$  wie bei der Entladung verfolgt werden konnte. Die Untersuchung erfolgte bei der Temperatur  $-11,6^\circ \text{C}$ . Der Aufladungsverlauf für  $R = 10^4$  Ohm ist in Fig. 14 dargestellt worden. Als Abszisse wurde die Aufladezeit  $t$ , als Ordinate der Ausdruck  $\ln V_0/V$  gewählt, wobei  $V_0$  in diesem Falle nicht die Ausgangs-, sondern die Endspannung über dem Seignettesalz-Kondensator bedeutet ( $V_0 = 30$  Volt). Zum Vergleich ist die unter denselben Bedingungen gemessene Entladungskurve (Fig. 6) gestrichelt eingezeichnet worden.

Aus Fig. 14 geht hervor, daß die oben gemachte Überlegung zutrifft: die Elektrizitätsmenge  $Q_{AB}$ , welche im betrachteten Zeitintervall den Verlauf der Aufladung bestimmt, beträgt nur  $5,7 \cdot 10^{-8}$  Amp. sec gegenüber  $11,2 \cdot 10^{-8}$  Amp. sec bei der Entladung. Aus Fig. 14 wird ferner ersichtlich, daß nur die Ladungsträger  $B$  einer unmittelbaren Beeinflussung durch die Dipole  $C$  unterworfen sind: der anfängliche Verlauf der Entladung und der Aufladung stimmen überein. In dem weiteren Verlauf der Aufladungskurve

(Fig. 15) zeigt sich sehr deutlich eine den Ladungsträgern *C* eigentümliche Verzögerungserscheinung, wenn man mit Fig. 7 vergleicht. Die Spannung

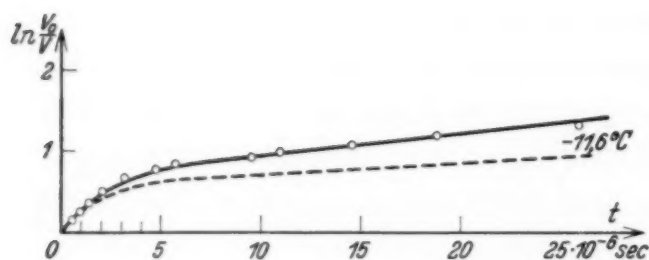


Fig. 14.  $R = 10^4$  Ohm.

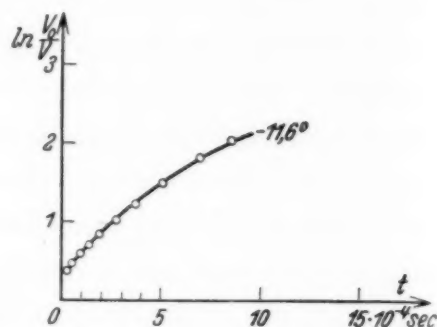


Fig. 15.  $R = 1,03 \cdot 10^5$  Ohm.

am Kondensator steigt erheblich steiler an, weil wegen der erst langsam eintretenden Polarisierung seine Kapazität noch wesentlich kleiner ist als für die analoge Entladungsstelle<sup>1)</sup>.

#### Zusammenfassung.

1. Ausgehend von der Überlegung, daß die Kenntnis des Entladungsverlaufes eines Seignettesalz-Kondensators Rückschlüsse auf die Natur der Ladungsträger im Seignettesalz zuläßt, wurde eine Meßmethode entwickelt, mit der die Entladungszeiten eines Seignettesalz-Kondensators von  $3 \cdot 10^{-7}$  sec ab ermittelt werden konnten. Im Gegensatz zu Untersuchungen mit Wechselfeldern treten hierbei Störungen durch piezoelektrische Schwingungen der Kristallplatte nicht auf.

2. Die Untersuchung ergab, daß im Temperaturgebiet zwischen  $-20^\circ\text{C}$  und  $+25^\circ\text{C}$  an der Entladung des Seignettesalz-Kondensators drei Arten von Ladungsträgern, die mit *A*, *B* und *C* bezeichnet wurden, beteiligt sind. Die Ladungsträger *A* bestimmen den anfänglichen Verlauf der Entladung, nach etwa  $10^{-6}$  sec beteiligen sich außer den Ladungsträgern *A* auch die Träger *B* an der Entladung, und nach etwa  $10^{-4}$  sec kommen zu den Ladungsträgern *A* und *B* die Ladungsträger *C* hinzu.

3. Für das Temperaturgebiet unterhalb von  $-20^\circ\text{C}$  ist charakteristisch, daß in ihm nur die mit *A* und *B* bezeichneten Ladungsträger den Entladungsverlauf bestimmen: die Untersuchung ergab, daß in diesem Temperaturgebiet die Ladungsträger *C* die Fähigkeit verloren haben, zur Gesamtpolarisation des Seignettesalzes einen Beitrag zu liefern.

<sup>1)</sup> Auf eine Asymmetrie in den Geschwindigkeiten der Aufladung und Entladung wird auch in einer kürzlich erschienenen Arbeit von J. Kurtschatow hingewiesen. (Siehe Phys. ZS. Sow.-Union **5**, 211, 1934.)



4. Durch eine Untersuchung der Abhängigkeit der Ladung eines Seignettesalz-Kondensators von der Feldstärke eines angelegten Wechselfeldes von  $10^5$  Hz wird nachgewiesen, daß die mit  $C$  bezeichneten Ladungsträger für die Hysteresis und Sättigung der Polarisation des Seignettesalzes verantwortlich sind.

5. a) Die Polarisation durch die Ladungsträger  $A$  wird als Elektroneneffekt (Atompolarisation, Gitterpolarisation und Elektronenwanderung) gedeutet.

b) Der Vergleich der Entladungskurve mit der Aufladungskurve zeigt, daß die Ladungsträger  $B$  durch die von  $C$  hervorgerufenen Polarisationsvorgänge beeinflußt werden. Der Anteil der Ladungsträger  $B$  steigt außerhalb des Störgebietes der hohen Polarisation exponentiell mit der Temperatur. Es dürfte sich bei ihnen um Ionen handeln.

c) Die durch die Ladungsträger  $C$  hervorgerufene Polarisation wird als durch Dipole bedingt betrachtet, die sich orientieren.

Meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. Dr. V. M. Goldschmidt, möchte ich für seine dauernde Förderung meinen herzlichsten Dank aussprechen. Herrn Prof. Dr. A. v. Hippel schulde ich besonderen Dank für die Anregung zu dieser Arbeit und sein dauernd förderndes Interesse an ihrem Fortgang. Außerdem bin ich Herrn Dr. R. Mannkopff und Herrn Dr. W. Kroebe für viele wertvolle Diskussionen zu großem Dank verpflichtet.

Die Seignettesalz-Kristalle waren Herrn Prof. v. Hippel von den Herren Saywer und Tower der Brush Laboratories, Cleveland (Ohio) zur Verfügung gestellt, wofür auch an dieser Stelle noch einmal verbindlichst gedankt sei.

## Bemerkung über die Hyperfeinstruktur der roten Cd-Linie $\lambda$ 6438 und über Hyperfeinstrukturen bei Sr, Sn und Mg.<sup>1)</sup>

Von **Hans Westmeyer** in Berlin.

Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 12. März 1935.)

1. An der roten Cd-Linie  $\lambda$  6438 konnte eine von Ferchmin und Romanowa angegebene Struktur nicht bestätigt werden. — 2. Das Kernmoment von  $\text{Sr}^{87}$  wird zu  $i = -\frac{3}{2}$  bestimmt. — 3. Das Kernmoment  $i = -\frac{1}{2}$  von  $\text{Sn}^{117}$  und  $\text{Sn}^{119}$ , das am Sn II-Spektrum ermittelt wurde, wird durch Untersuchungen an Sn I-Linien bestätigt. — 4. Im Mg I-Spektrum werden Isotopenverschiebungen nachgewiesen. — 5. Eine Vorrichtung zur Versilberung von Interferometerspiegeln mittels Kathodenzerstäubung wird beschrieben.

I. In dem C. R. Leningrad teilen Ferchmin und Romanowa<sup>2)</sup> mit, daß sie mit dem Fabry-Perot-Interferometer an der roten Cd-Linie  $\lambda$  6438 eine Struktur entdeckt hätten derart, daß außer der Hauptlinie zwei starke Komponenten im Abstand  $+ 0,0084 \text{ cm}^{-1}$  und  $- 0,0082 \text{ cm}^{-1}$  und eine schwache im Abstand von  $- 0,022 \text{ cm}^{-1}$  auftreten. Es wurden Etalons von 2, 6,25 und 12,5 cm Dicke benutzt. Bei der Bedeutung der roten Cd-Linie als Standard für die Längenmessung erschien eine Prüfung dieses Ergebnisses zweckmäßig. Die Linie wurde wie bei den erwähnten Autoren in einer Schülerröhre angeregt (Kühlung durch Wasser, Entladung durch He von 0,2 mm Druck, Belastung der Röhre 330 mA), und mit einem Fabry-Perot-Interferometer von 5 cm Plattenabstand untersucht. Anzeichen einer Struktur waren nicht zu bemerken. Die Photometerkurve zeigte eine symmetrische Intensitätsverteilung. Die Halbweite der Linie betrug  $0,0139 \text{ cm}^{-1}$ .

Ferchmin und Romanowa geben als mögliche Erklärung der von ihnen angegebenen Komponenten eine Isotopenverschiebung an. Eine solche ist von Schüler und dem Verfasser an der Cd II-Linie  $\lambda$  4415 gefunden worden<sup>3)</sup>. Die geraden Isotope bilden zwei etwa gleich starke Komponenten und eine etwa halb so starke in dem gleichen Abstand nach Rot; außer diesen treten die den ungeraden Isotopen entsprechenden schwächeren Linien auf. Die Isotopenverschiebung anderer Linien muß, abgesehen von der Größe der Verschiebung, das gleiche Bild zeigen. Ob ein solches Strukturbild mit den Angaben von Ferchmin und Romanowa vereinbar ist, läßt sich aus den knappen Angaben der Verfasser nicht ersehen. Aus den

<sup>1)</sup> Dissertation der Philosophischen Fakultät der Universität Berlin. —

<sup>2)</sup> A. Ferchmin, M. Romanowa, C. R. de l'Académie des Sciences de L'URSS. Nr. 2, 1933. — <sup>3)</sup> H. Schüler u. H. Westmeyer, ZS. f. Phys. **82**, 685, 1933.

vorliegenden Aufnahmen läßt sich jedenfalls eine Isotopenverschiebung von dieser Größe nicht bestätigen.

II. Es wurde weiterhin der Versuch gemacht, das Kernmoment von Sr aus der Hyperfeinstruktur der Resonanzlinien  $\lambda$  4077 und  $\lambda$  4216 von Sr II zu bestimmen. Frühere Untersuchungen von Schüler und dem Verfasser haben lediglich zu der Aussage geführt, daß das Kernmoment von Sr negativ und sein Absolutwert größer als  $1/2$  sei<sup>1)</sup>. Bei dem ungünstigen Mengenverhältnis der geraden und ungeraden Isotope (100:6,6) ist eine Trennung der schwachen Komponenten, die von Sr<sup>87</sup> herrühren, von der Hauptlinie bei der kleinen Aufspaltung schwierig. Um schärfere Linien und damit eine bessere Auflösung zu erhalten, wurde die Kathode der von Schüler beschriebenen Entladungsröhre<sup>2)</sup>, die Sr Cl<sub>2</sub> enthielt, mit flüssiger Luft gekühlt.

Die spektroskopische Apparatur, die für die im folgenden beschriebenen Untersuchungen benutzt wurde, bestand aus einem Fabry-Perot-Interferometer und einem Zeisschen Dreiprismenspektrographen nach Försterling als Vorzerlegungsapparat im Sichtbaren, einem Hilgerschen Quarzspektrographen für das Ultraviolett. Die Versilberung der Etalonplatten für das sichtbare Gebiet wurde vom Verfasser in einem am Schluß der Arbeit beschriebenen Apparat hergestellt. Für das Ultraviolett wurden Etalonplatten aus Quarz verwendet, die mit Hochheimischer Legierung belegt waren.

Die Sr-Linien wurden mit Etalons von 15, 20 und 22 mm Dicke untersucht. Die Linien zeigen außer der starken Hauptkomponente nach Rot und Violett je eine schwache, von denen die nach Violett liegende Komponente die stärkere ist. Die Ausmessung der Platten ergab, daß die Gesamtaufspaltung kleiner ist, als in der oben erwähnten Arbeit angegeben. Für  $\lambda$  4216 ist die Aufspaltung etwa  $0,01 \text{ cm}^{-1}$  größer als für  $\lambda$  4077. Die Gesamtaufspaltung beträgt für

$$\lambda 4077 (5^2S_{1/2} - 5^2P_{3/2}) 0,15 \text{ cm}^{-1},$$

$$\lambda 4216 (5^2S_{1/2} - 5^2P_{1/2}) 0,16 \text{ cm}^{-1}.$$

Die Zuordnung geschieht wie in der erwähnten Arbeit: Die geraden Isotope Sr<sup>86,88</sup> bilden die Hauptlinie, dem  $5^2S_{1/2}$ -Term wird die Aufspaltung  $0,15 \text{ cm}^{-1}$  des Isotops Sr<sup>87</sup>, dem  $5^2P_{1/2}$ -Term eine Aufspaltung von etwa  $0,015 \text{ cm}^{-1}$  zugeschrieben. Die Aufspaltung des  $5^2P_{3/2}$ -Terms ist verschwindend klein. Die Bestimmung des Kernmoments ist erst möglich, wenn man entweder das Intensitätsverhältnis der Komponenten kennt, oder ihre

<sup>1)</sup> H. Schüler u. H. Westmeyer, Naturwissensch. **21**, 561, 1933. —

<sup>2)</sup> H. Schüler, ZS. f. Phys. **59**, 149, 1930.

Abstände von der Hauptlinie; in dem letzten Fall erhält man das Kernmoment, wenn man den Schwerpunktsatz als gültig voraussetzt. Dieser Satz besagt, daß bei fehlender Isotopenverschiebung der Schwerpunkt des Kernmultipletts mit den Komponenten zusammenfällt, die von den geraden Isotopen herrührt. Für eine Isotopenverschiebung, die jedenfalls kleiner sein müßte als  $0,04 \text{ cm}^{-1}$  zwischen den geraden Isotopen, findet sich auf den Aufnahmen kein Anhaltspunkt. Die Messung der Abstände der Komponenten von der Hauptlinie macht den Wert  $|i| = 3/2$  für das Kernmoment von  $\text{Sr}^{87}$  wahrscheinlich. Jedoch muß man berücksichtigen, daß die Messung der Abstände wegen der Breite der Hauptlinie nicht sehr zuverlässig ist. Die Bestimmung des Intensitätsverhältnisses der Komponenten aus der Schwärzungskurve war wegen der ungenügenden Trennung der einzelnen Linien nicht möglich<sup>1)</sup>. Die Methode der Auswertung der Messungen zur Bestimmung der Kernmomente ist in dem Artikel von Kallmann und Schüler im 11. Band der „Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften“ auseinandergesetzt.

Mit der Aufspaltung des  $S$ -Terms von  $0,15 \text{ cm}^{-1}$ , ergibt sich nach den Formeln von Fermi und Segrè<sup>2)</sup> das magnetische Moment von  $\text{Sr}^{87}$  zu  $\mu = 0,86$  Protonenmagnetonen.

III. Die Kernmomente von  $\text{Sn}^{117}$  und  $\text{Sn}^{119}$  sind aus dem  $\text{Sn}$  II-Spektrum von Schüler und dem Verfasser<sup>3)</sup> sowie von Tolansky<sup>4)</sup> zu  $i = -1/2$  festgestellt worden. Dieser Wert und insbesondere das negative Vorzeichen werden durch die nachfolgend beschriebenen Untersuchungen am Bogenspektrum des  $\text{Sn}$  bestätigt.

Die tiefen Terme des  $\text{Sn}$  I-Spektrums entsprechen den Elektronenkonfigurationen  $5s^2 5p^2$  und  $5s^2 5p 6s$ . Den hier benutzten Termbezeichnungen liegen die Arbeiten von Back<sup>5)</sup> und Sur<sup>6)</sup> zugrunde. Man wird vor allem bei den Linien Kernmultiplette zu erwarten haben, die zu Termen mit einem  $6s$ -Elektron gehören, und zwar werden die Tripletterme eine größere Aufspaltung zeigen als die Singulette. Es können daneben wie bei dem ähnlich aufgebauten  $\text{Pb}$  I-Spektrum Isotopenverschiebungen auftreten.

Folgende Linien zeigen eine Struktur oder Anzeichen einer solchen:

$\lambda 5631$  ( $5^1S_0 - 6^3P_1$ ) zeigt außer der Hauptlinie zwei Komponenten im Abstände  $-0,085 \text{ cm}^{-1}$  und  $+0,170 \text{ cm}^{-1}$ , deren Intensitätsverhältnis etwa 2:1 ist. Die Schärfe der Hauptlinie zeigt an, daß eine Isotopenver-

<sup>1)</sup> Für seine Hilfe bei der Aufnahme der Photometerkurve bin ich Herrn Prof. Grotrian zu Dank verpflichtet. — <sup>2)</sup> E. Fermi u. E. Segrè, ZS. f. Phys. **82**, 729, 1933. — <sup>3)</sup> H. Schüler u. H. Westmeyer, Naturwissensch. **21**, 660, 1933. — <sup>4)</sup> S. Tolansky, Nature **132**, 318, 1933. — <sup>5)</sup> ZS. f. Phys. **43**, 313, 1927. — <sup>6)</sup> Ebenda **41**, 791, 1927.



schiebung nicht vorhanden ist. Die Struktur kann nur von einem für die zwei stärksten ungeraden Sn-Isotope gleichen Kernmoment herrühren. Der untere Term ( $5s^2 5p^2 {}^1S_0$ ) kann wegen  $j = 0$  nicht aufspalten. Das Multiplett entsteht allein durch die Aufspaltung des oberen Termes ( $5s^2 5p 6s$ ) in zwei Niveaus, von denen das energetisch tiefer liegende den größeren  $F$ -Wert hat. Die verkehrte Lage der Terme folgt aus der Beobachtung, daß die stärkere Komponente des Multipletts nach Rot liegt, da die Intensität der Linien, die auf demselben Niveau endigen, proportional dem Gewicht  $(2F + 1)$  des Ausgangstermes ist. Das negative Vorzeichen bedeutet eine entgegengesetzte Orientierung der mechanischen und magnetischen Momente. Unter Zuhilfenahme des Schwerpunktsatzes ergibt sich das Kernmoment der Isotope  $\text{Sn}^{87}$  und  $\text{Sn}^{89}$  zu  $i = -1/2$ .

$\lambda$  2863 ( $5s^2 5p^2 {}^3P_0 - 5s^2 5p 6s {}^3P_1$ ) zeigt die gleiche Struktur wie  $\lambda$  5631. Dadurch wird die von  $\lambda$  5631 gegebene Deutung gestützt.

$\lambda$  3009 und 3175 zeigen eine kleinere Aufspaltung als  $\lambda$  5631. Es ist demnach den Termen  $5s^2 5p^2 {}^3P_1$ ;  ${}^3P_2$  eine Aufspaltung zuzuordnen. Da die Linien nicht vollständig aufgelöst werden konnten, läßt sich nur sagen, daß der Aufspaltungsfaktor dieser Terme etwa  $2/3$  von dem des  $5s^2 5p 6s {}^3P_1$ -Termes sein dürfte.

$\lambda$  4524 ( $5 {}^1S_0 - 6 {}^1P_1$ ) ist scharf und einfach. An dem  $5s^2 5p 6s {}^1P_1$ -Term ist weder eine Aufspaltung noch eine Verschiebung der Isotope zu beobachten.

$\lambda$  3262 ( $5 {}^1D_2 - 6 {}^1P_1$ ) erscheint schwach verbreitert. Die Ursache ist vermutlich der beginnende Stark-Effekt des  $5 {}^1D_2$ -Terms.

Es liegt nahe, die am Sn gewonnenen Ergebnisse mit dem Pb zu vergleichen. Wo im Pb-Spektrum eine Isotopenverschiebung auftritt, läßt sich im Sn-Spektrum eine solche nicht nachweisen. Der Term  $5s^2 5p 6s {}^3P_1$  von Sn I, der eine Gesamtaufspaltung von  $0,255 \text{ cm}^{-1}$  und verkehrte Lage des Niveaus zeigt, entspricht dem  $6s^2 6p 7s {}^3P_1$ -Term von Pb I, der bei regelrechter Lage der Niveaus eine Gesamtaufspaltung von  $0,444 \text{ cm}^{-1}$  aufweist<sup>1)</sup>. Soweit ein Vergleich der anderen Terme möglich ist, sind die Aufspaltungen bei Sn auch dort entsprechend kleiner als bei Pb.

IV. Vom Mg I-Spektrum wurden eine Anzahl von Linien mit dem Fabry-Perot-Interferometer untersucht. Eine Verbreiterung nach Violett zeigen folgende Linien:

$$\begin{aligned}
 &\lambda 5528 (3 {}^1P_1 - 4 {}^1D_2) 0,054 \text{ cm}^{-1} \quad \lambda 4703 (3 {}^1P_1 - 5 {}^1D_2) 0,055 \text{ cm}^{-1} \\
 &\lambda 5711 (3 {}^1P_1 - 5 {}^1S_0) 0,050 \text{ cm}^{-1} \quad \lambda 4571 (3 {}^1S_0 - 3 {}^3P_1) 0,073 \text{ cm}^{-1}
 \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> H. Schüler u. E. G. Jones, ZS. f. Phys. **75**, 563, 1932.

Bei den Linien  $\lambda$  5184 ( $3^3P_0 - 4^3S_1$ ),  $\lambda$  5173 ( $3^3P_1 - 4^3S_1$ ),  $\lambda$  5168 ( $3^3P_2 - 4^3S_1$ ),  $\lambda$  3838 ( $3^3P_0 - 3^3D$ ),  $\lambda$  3832 ( $3^3P_1 - 3^3D$ ),  $\lambda$  3829 ( $3^3P_2 - 3^3D$ ) sowie bei  $\lambda$  2851 ( $3^1S_0 - 3^1P_1$ ) wurde keine Struktur beobachtet. Die Intensität der Komponente, die sehr breit erscheint, und die in keinem Falle vollständig von der Hauptlinie getrennt werden konnte, beträgt etwa  $\frac{1}{5}$  der Hauptlinie. Dieses Intensitätsverhältnis schließt eine Deutung als Kernmultiplett aus, da das ungerade Isotop  $\text{Mg}^{25}$  nur  $\frac{1}{8}$  der Menge der geraden Isotope  $\text{Mg}^{24} + \text{Mg}^{26}$  ausmacht. Es bleibt zur Erklärung nur eine Isotopenverschiebung. Nach Messungen von Dempster<sup>1)</sup> ist das Mengenverhältnis  $\text{Mg}^{24} : \text{Mg}^{25} : \text{Mg}^{26}$  gleich 6 : 1 : 1.

Die Linien  $\lambda$  5528 und  $\lambda$  4703 zeigen die gleiche Verschiebung, die dem  $3^1P_1$ -Term zugeordnet wird. Die Richtung ist so, daß das schwerere Isotop fester gebunden ist.  $\lambda$  5711 zeigt eine kleinere Verschiebung, daher muß dem  $5^1S_0$ -Term eine geringe Verschiebung zugeschrieben werden.

Aus der Struktur von  $\lambda$  4571 ergibt sich für den Grundterm eine Verschiebung von  $0,073 \text{ cm}^{-1}$ , wenn man den  $3^3P_1$ -Term als einfach annimmt. Dieser Deutung entspricht, daß an der Linie  $\lambda$  2851 keine Komponente beobachtet wurde; denn diese liegt in einem Abstand von  $0,02 \text{ cm}^{-1}$  und damit noch innerhalb der breiten Hauptlinie. Es besteht sogar die Möglichkeit, daß die Linie  $\lambda$  2851 eine Komponente in einem Abstand bis zu  $0,04 \text{ cm}^{-1}$  besitzt. Ein Begleiter in einem größeren Abstand müßte sich als Unsymmetrie in dem Intensitätsabfall bemerkbar machen. Wenn die Verschiebung an  $\lambda$  2851  $0,04 \text{ cm}^{-1}$  beträgt, muß dem  $3^1S_0$ -Term eine Verschiebung von  $0,093 \text{ cm}^{-1}$ , weiterhin dem  $3^1P_1$ -Term eine solche von  $0,02 \text{ cm}^{-1}$  entsprechen. Da auch die Tripletlinien eine Komponente, wie aus den Aufnahmen hervorgeht, in einem Abstand von höchstens  $0,02 \text{ cm}^{-1}$  besitzen können, so muß man schließen, daß eine etwa vorhandene Isotopenverschiebung des  $3^1S_1$ -Terms nicht größer als  $0,04 \text{ cm}^{-1}$  sein kann. Gerade dieser Term besitzt bei Hg I eine erhebliche Verschiebung.

Ein Vergleich der Isotopenverschiebung im Mg I-Spektrum mit der bei Hg I beobachteten<sup>2)</sup> zeigt, daß in beiden Spektren der tiefste Term  $3^1S_0$  bzw.  $6^1S_0$  den größten Effekt aufweist. Es fällt auf, daß bei Mg der  $3^1P_1$ -Term eine beträchtliche Verschiebung, bei Hg der entsprechende  $6^1P_1$ -Term keine Verschiebung besitzt. Die Richtung der Verschiebung liegt in demselben Sinn wie bei Cu I und Zn II, umgekehrt wie bei Hg I.

Zur Erklärung des Isotopieeffektes liegen zwei Theorien vor. Hughes und Eckard erklären die am Li II gefundene Isotopenverschiebung als

<sup>1)</sup> A. J. Dempster, Proc. Nat. Acad. Amer. **7**, 45, 1921. — <sup>2)</sup> H. Schüler u. J. E. Keyston, ZS. f. Phys. **72**, 423, 1931.

Masseneffekt. Für die schweren Elemente Hg, Tl, Pb rechnet Breit mit der Wirkung eines nicht-Coulombschen Feldes und kleinen Unterschieden der Kernradien. Möglicherweise treten im MgI-Spektrum beide Effekte in Erscheinung<sup>1)</sup>. Inzwischen haben Bacher und Sawyer Untersuchungen am Mg I veröffentlicht. Sie deuten die Struktur ebenfalls als Isotopenverschiebung<sup>2)</sup>.

V. Die für die Untersuchung der im Sichtbaren gelegenen Linien benutzten Interferometerplatten wurden in der nachfolgend beschriebenen Apparatur durch Kathodenzerstäubung mit einer Silberschicht belegt. Der Apparat gestattet, nachdem die günstigsten Bedingungen für das Gelingen einer Versilberung einmal gefunden sind, zuverlässig und in kurzer Zeit Schichten von vorgegebener Dicke herzustellen. Die Stärke der Belegung und ihre Gleichheit für beide Platten wird durch eine besondere Einrichtung kontrolliert und der Zeitpunkt festgestellt, an dem die Zerstäubung zu unterbrechen ist. Man hat so die Möglichkeit, die Stärke der Versilberung der zu untersuchenden Linie anzupassen und für solche schwachen Linien, bei denen ein Verlust am Auflösungsvermögen erträglich ist, eine schwächere Versilberung herzustellen.

Die Grundplatte (4) (vgl. Fig. 1) trägt einen Aufbau (5), an dem der Plattenhalter (6) in einer Schlittenführung durch die Spindel (3) auf und nieder bewegt werden kann. Diese Einrichtung dient dazu, die Platten (11) in die richtige Entfernung von der Kathode (10) zu bringen. Der Teil des Plattenträgers, in den die beiden zu versilbernden Platten eingespannt sind, ist durch den Schliff mit Kegelrad (13) um eine horizontale Achse drehbar, um die Platten auswechseln zu können. Zwischen den Platten ist ein Lämpchen (12) angebracht, dessen Bedeutung unten erklärt wird. Über der Kathode (10), einem 1 mm starken Silberblech, befindet sich die ringförmige Anode (9). Die Träger der Elektroden, die gleichzeitig Strom zuführen, sind in der Zeichnung fortgelassen. Sie treten von unten her durch die Grundplatte.

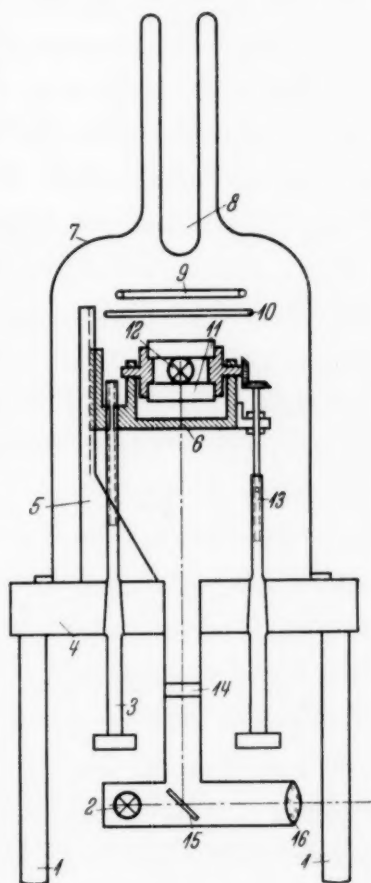


Fig. 1.

<sup>1)</sup> D. Hughes u. C. Eckart Phys. Rev. **36**, 694, 1930; G. Breit, ebenda **42**, 348, 1932. — <sup>2)</sup> Ebenda **45**, 125, 1934.

Die Lampe (12) dient dazu, durch Vergleich mit der Lampe (2) die Dicke der Silberschicht erkennen zu lassen. Das Licht der Lampe (12) tritt durch die nach unten gedrehte zu prüfende Platte und das Fenster (14) über den zur Hälfte versilberten Spiegel (15) durch die Linse (16) in das Auge. Das Licht der Lampe (2) gelangt durch den nicht belegten Teil des Spiegels (15) in das Auge. Die Lampe (2) wird so einreguliert, daß ihre Helligkeit der gewünschten Schichtdicke entspricht. Die Zerstäubung wird solange fortgesetzt, bis nach Einschalten der bestäubten Platte in den Strahlengang beide Teile des Gesichtsfeldes gleich hell erscheinen.

Auf die Grundplatte (4) wird eine Glasglocke (7) gesetzt, die mit einem Gefäß zur Aufnahme von flüssiger Luft versehen ist. Die Leitung zur Pumpe und die Edelgaszuleitung sind durch Schliffe in die Grundplatten eingesetzt. Die Leitungen sowie die Stromzuführungen für die Lampen sind in der Zeichnung fortgelassen. Die Etalonplatten hatten einen Durchmesser von 6 cm, die Kathode war quadratisch, ihre Kantenlänge 12 cm. Die Spannung lieferte ein 2 kW-Gleichstromgenerator für 2000 Volt. Die Spannung zwischen den Elektroden betrug im allgemeinen 900 bis 1100 Volt, der Strom 50 bis 100 mA. Als Träger der Entladung dienten Ar oder Ne, mit denen gleich gute Ergebnisse erzielt wurden. Der Druck betrug einige Zehntel mm Hg und wurde so gewählt, daß das Glimmlicht die Kathode in einer Schicht von rund 1 cm Dicke umgab. Wesentlich für das Gelingen einer guten Versilberung war eine sorgfältige Vorbehandlung der Platten sowie eine Reinigung des Entladungsraumes. Die Platten wurden der Reihe nach mit Salpetersäure, Alkohol und destilliertem Wasser gesäubert und in den Apparat eingesetzt. Auf die obere Platte wurde eine Schutzplatte aus Glas gelegt und mit der Zerstäubung begonnen. Die Schutzplatte bedeckte sich mit einer in der Durchsicht bräunlichen Schicht, die von Verunreinigungen in der Entladungsbahn herrührte. Nach 10 Minuten wurde die Schutzplatte durch Drehen des Plattenhalters abgeworfen und mit der eigentlichen Versilberung begonnen. Je nach der gewünschten Schichtstärke war die Zerstäubung nach 7 bis 10 Minuten beendet.

Die vorliegende Arbeit wurde in der Zeit von Oktober 1933 bis März 1934 im Astrophysikalischen Observatorium, Institut für Sonnenphysik, angefertigt. Die Veröffentlichung verzögerte sich aus äußeren Gründen. Herrn Prof. Dr. H. Schüler bin ich für sein stetes Interesse an den Untersuchungen und für die großzügige Überlassung der Apparate und Hilfsmittel seines Laboratoriums zu großem Dank verpflichtet.



## Über den Einfluß des äußeren Feldes auf den lichtelektrischen Effekt an Cäsiumoxydkathoden.

Von **R. Fleischer** und **P. Görlich** in Dresden.

Mit 8 Abbildungen. (Eingegangen am 28. Februar 1935.)

Es wird der Einfluß von Raumladungen und äußeren Feldern auf den lichtelektrischen Effekt an Photokathoden beschrieben. Es wird gezeigt, daß unter dem Einfluß eines beschleunigenden äußeren Feldes das langwellige lichtelektrische Maximum und die spektrale lichtelektrische Verteilung einer Cäsiumoxydkathode mit eingebauten Cäsium- und Fremdmetallatomen nach dem langwelligen Gebiet wandern.

1. Untersuchungen der glühelektrischen Emission haben zuerst auf eine Abhängigkeit der Austrittsarbeit vom äußeren Felde schließen lassen. Nach der Schottkyschen Bildkrafttheorie<sup>1)</sup> nimmt die Richardsonsche Gleichung folgende Form an:

$$J_s = A T^2 e^{-\frac{\varepsilon}{K \cdot T} (\varphi_0 - \sqrt{\varepsilon \mathfrak{E}})}.$$

Die Ähnlichkeit der glühelektrischen und der lichtelektrischen Emission läßt vermuten, daß auch bei der lichtelektrischen Emission der Einfluß des äußeren Feldes die Austrittsarbeit verändert. Dieser Effekt ist in der Tat von Suhrmann<sup>2)</sup> sowohl an Platinmohr, welches mit dünneren als atomaren Natriumschichten besetzt ist, als auch an blankem Platin, welches mit dickeren als atomaren Natriumschichten bedeckt ist, beobachtet worden. Beiden Schichten ist die Unebenheit der Oberfläche gemeinsam, so daß ein Eingriff des äußeren, verhältnismäßig kleinen Feldes in die Oberfläche durch Erzeugung hoher Potentialgradienten an den Unebenheiten stattfinden kann. Suhrmann bezeichnet diesen Feldemfluß als „äußeren Feldeffekt“. Er ist von der Wellenlänge des die Elektronen auslösenden Lichtes abhängig und zeigt sich in einer Neigung des sonst horizontal verlaufenden Teiles der Stromspannungscharakteristik (Fig. 1). Die Neigung gegen die Horizontale nimmt zu mit zunehmender Wellenlänge des eingestrahlten Lichtes. Ähnliche Untersuchungen sind früher bereits vorgenommen worden<sup>3)</sup>, jedoch lassen diese eindeutige Schlüsse auf den äußeren Feldeffekt nicht zu.

<sup>1)</sup> Vgl. z. B. W. Schottky, ZS. f. Phys. **14**, 63, 1923; W. Hirsch, ZS. f. techn. Phys. **12**, 528, 1931. — <sup>2)</sup> R. Suhrmann, Phys. ZS. **32**, 929, 1931; Naturwissensch. **16**, 336, 1928. — <sup>3)</sup> R. Fleischer u. H. Goldschmidt, Phys. ZS. **29**, 691, 1928; H. E. Ives, Astrophys. Journ. **60**, 209, 1924.

Unter Anwendung außerordentlich hoher Potentialgradienten an der Oberfläche der Kathode haben ferner Lawrence und Linford<sup>1)</sup> den äußeren Feldeffekt nachweisen können. Sie finden Parallelverschiebungen der spektralen Verteilung nach langen Wellen bei Vergrößerung des Gra-

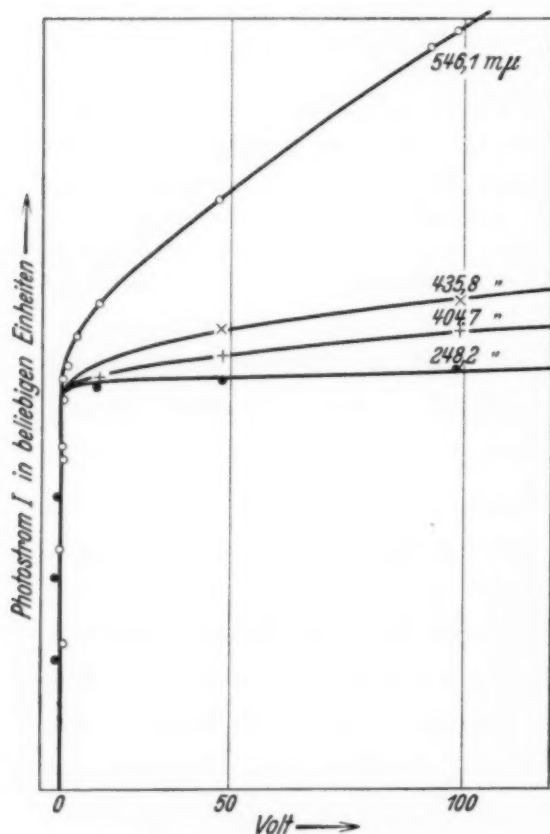


Fig. 1. Einfluß des „äußeren Feldeffektes“ auf die Stromspannungskurven einer Photozelle mit Zentralkathode (nach Suhrmann).

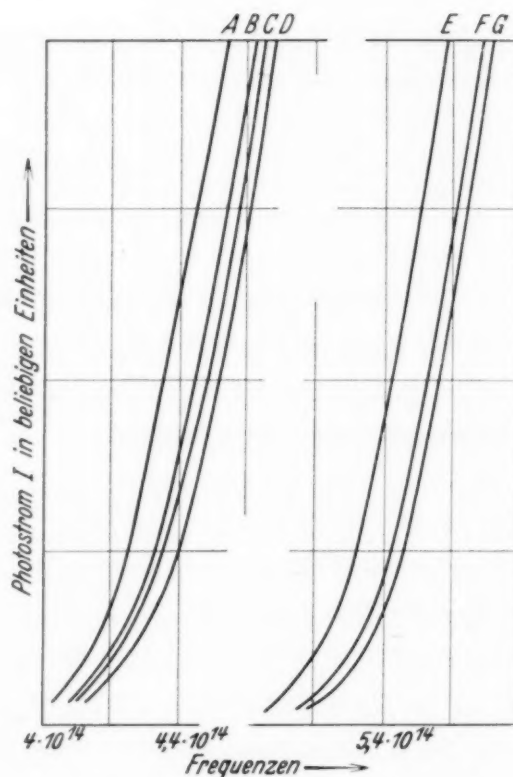


Fig. 2. Einfluß des äußeren Feldeffektes auf die spektrale lichtelektrische Verteilung bei hohen äußeren Feldern (nach Lawrence und Linford).

A 18600 Volt/cm, B 4650 Volt/cm, C 372 Volt/cm, D 0 Volt/cm. Nach Erhitzen der Oberfläche auf 1600° C: E 18600 Volt/cm, F 372 Volt/cm, G 0 Volt/cm.

dienten durch Benutzung hoher Potentiale (Fig. 2). In diesem Falle besteht die Kathode aus einem Wolframdraht mit adsorbiertem Kalium.

Ein zweiter Feldeffekt wird von Suhrmann<sup>2)</sup> an blankem Platin, welches mit einer dünneren als atomaren oder höchstens atomaren Natriumschicht besetzt ist, beobachtet. Er äußert sich in einer Verzögerung des Eintritts der Sättigung der Stromspannungscharakteristik und ist unabhängig von der Wellenlänge des die Elektronen auslösenden Lichtes. Dieser Feldeffekt wird von Suhrmann als „innerer Feldeffekt“ bezeichnet

<sup>1)</sup> E. O. Lawrence u. L. B. Linford, Phys. Rev. **36**, 482, 1930. —

<sup>2)</sup> R. Suhrmann, Phys. ZS. **32**, 929, 1931; Naturwissensch. **16**, 636, 1928.

und durch die Wirkung einer Doppelschicht an der Oberfläche erklärt, welche diese elektropositiver erscheinen läßt.

Unter die Gruppe des inneren Feldeffektes scheinen nach der Ansicht von Suhrmann auch die von Nottingham<sup>1)</sup> gemachten Beobachtungen zu fallen. Bei der Verwendung von Natriumschichten auf Nickel zeigt sich, daß die langwellige lichtelektrische Grenze kontinuierlich unter Anlegen eines schwachen äußeren Feldes mit steigender Spannung von kürzeren nach längeren Wellen wandert, und zwar so lange, bis die beschleunigende Spannung nahezu den Wert 2 Volt erreicht hat. Oberhalb dieses Wertes bleibt die langwellige Grenze konstant. Nottingham trägt die  $h\nu/e$ -Werte

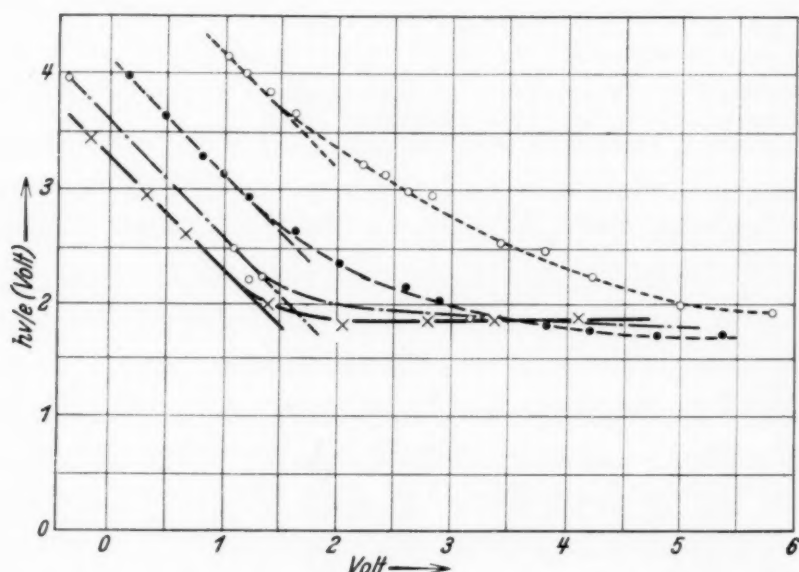


Fig. 3. Einfluß des „inneren Feldeffektes“ auf die langwellige, lichtelektrische Grenze bei verschiedenen Oberflächen (nach Nottingham).

über dem Anodenpotential auf und erhält Kurven, wie sie in Fig. 3 gezeigt sind. Man erkennt, daß sich bei dicken Schichten die Kurve aus zwei Geraden zusammensetzt. Bei dünnen Schichten ist der Übergang der gegen die Abszisse geneigten Geraden in die parallel zur Abszisse verlaufende Gerade weniger scharf ausgeprägt. In allen Fällen aber hat die Austrittsarbeit bei 2 bis 5 Volt ihren konstanten Wert erreicht.

Der „äußere Feldeffekt“ als Eingriff eines äußeren Feldes in die Oberfläche und der „innere Feldeffekt“ als Wirkung eines an der Oberfläche als Doppelschicht schon vorhandenen Feldes sind an bestimmte Oberflächenverhältnisse gebunden, wie von Suhrmann gezeigt worden ist, und wirken auf Elektronen ein, welche zwar vom Licht Energie erhalten, aber die Kathodenschicht noch nicht verlassen haben.

<sup>1)</sup> W. B. Nottingham, Phys. Rev. **41**, 793, 1932.

Abweichend hiervon beschreiben die Arbeiten von Marx und Meyer<sup>1)</sup> eine Erscheinung, deren Ursache bei den langsamen Photoelektronen zu suchen ist, die die Kathodenfläche bereits verlassen haben

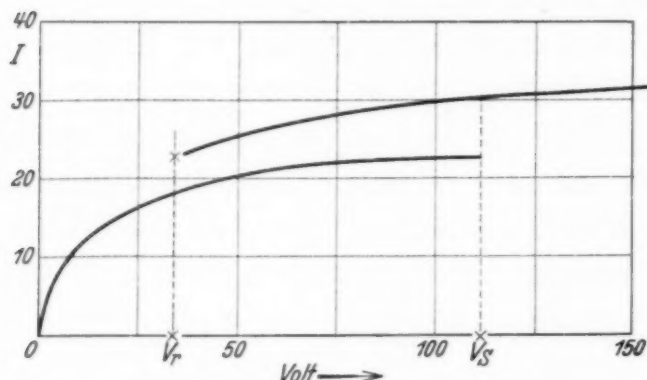


Fig. 4. Durchbruchseffekt: Unstetigkeiten in der Charakteristik einer Vakuumphotozelle mit Phonopreßschicht (nach Geffcken).

und nun ihrerseits durch Aufbau einer Raumladung unmittelbar vor der Kathodenschicht die Austrittsarbeit der noch nicht ausgelösten Photoelektronen beeinflussen. Marx und Meyer zeigen, daß das mit Hilfe der Gegenspannungsmethode gemessene Grenzpotential zurückgeht, wenn Licht größerer Wellenlänge beim Ablösen der Photoelektronen mitwirkt. Sie führen diese Erscheinung auf eine „Raumladung“ zurück, welche in erster Linie von Elektronen geringer Austrittsgeschwindigkeit erzeugt wird. Die Raumladung erhöht die Austrittsarbeit.

In letzter Zeit hat Geffcken<sup>2)</sup> auf einen weiteren Feldeffekt hingewiesen, den wir als „Durchbruchseffekt“ bezeichnen wollen. Dieser besteht darin, daß bei Spannungen von etwa 100 Volt die Stromausbeute von zusammengesetzten Photokathoden<sup>3)</sup> nach höheren Werten springt. Fig. 4 gibt ein Bild des Durchbruchseffektes. Wird die Stromspannungskurve in Richtung wachsender Spannungen gemessen, so liegt die Spring-

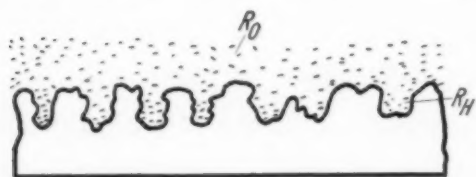


Fig. 5. Querschnitt einer Phonopreßschicht (nach Geffcken).

stelle bei  $V_s$ . Mißt man die Charakteristik rückwärts, so liegt die Springstelle bei der Spannung  $V_r$  (Reißspannung). Geffcken erklärt den Effekt in folgender Weise: Die zusammengesetzten Photokathoden bestehen aus einem homogenen Gemenge

chemischer Verbindungen mit reichlichem Alkaliüberschuß, welches in schwammiger und poröser Form auf eine Metallunterlage aufgebracht ist.

<sup>1)</sup> E. Marx, Naturwissensch. **17**, 806, 1929; E. Marx u. A. E. H. Meyer, Phys. ZS. **31**, 352, 1930; **32**, 153, 1931. — <sup>2)</sup> H. Geffcken, ZS. f. techn. Phys. **15**, 595, 1924. — <sup>3)</sup> Nach Geffcken tritt der Durchbruchseffekt nur an zusammengesetzten Photokathoden auf, die reichlich überschüssiges Alkalimetall enthalten und, soweit sie nach einer von Geffcken angegebenen Arbeitsmethode hergestellt werden, als Phonopreßschichten bezeichnet werden.



Im Querschnitt sieht die Oberfläche wie in Fig. 5 gezeigt aus. In den Hohlräumen der Schicht bildet sich eine Raumladung  $R_H$  aus, der die Raumladung  $R_O$  an der Oberfläche der Schicht vorgelagert ist. In der Annahme, daß in der Zelle eine geringe Gasionisation auftreten kann, ist bei einem kritischen Verhältnis zwischen Ionendichte und Raumladungsdichte ein lawinenartiger Durchbruch der Elektronen zu erwarten. Dies geschieht an der Sprungstelle  $V_s$ . Der besseren Übersicht wegen sind die beschriebenen Effekte mit den entsprechenden Beobachtern am Schluß der Arbeit in einer Tabelle zusammengefaßt worden.

2. Bei Untersuchungen an Vakuumzellen, deren Kathoden aus mit reichlichen Mengen von freien Cäsium- und Fremdmetallatomen<sup>1)</sup> durchsetztem Cäsiumoxyd bestehen und deren Oberflächen durch die Herstellung bedingte Unebenheiten aufweisen, haben wir festgestellt, daß sich das langwellige selektive Maximum, bezogen auf Einheiten des eingestrahnten Lichtes, unter Einfluß schwacher, äußerer Felder verschiebt. In einem Extremfalle wanderte das Maximum von 580 m $\mu$  ohne Vorspannung bis 840 m $\mu$  bei 2 Volt die Elektronen beschleunigender Spannung. Dies entspricht einer Differenz von 260 m $\mu$ . Mißt man die gesamte spektrale Verteilung mit einer Vorspannung von 2 Volt und ohne Vorspannung, so scheint die gesamte spektrale Verteilung und die langwellige lichtelektrische Grenze nach dem langwelligen Gebiet verschoben zu sein. Ähnlich der um einen Mittelwert schwankenden Ausbeute schwankt auch die Differenz der  $\lambda_{\max}$ -Werte bei Untersuchung mehrerer Zellen ein und derselben Type. Die  $\lambda_{\max}$ -Differenz von Zellen der beschriebenen Bauart liegt aber immer in der Größenordnung von 100 bis 150 m $\mu$ . Wir wollen im folgenden diese Zellen als Zellen der Bauart I bezeichnen (Tabelle 1).

Des weiteren haben wir Zellen hergestellt, deren Kathoden aus einer einatomigen Cäsiumschicht auf Oxydunterlage bestehen, wie sie von Koller u. a.<sup>2)</sup> beschrieben worden sind<sup>3)</sup>. Wir bezeichnen sie als Zellen der Bauart II. In allen Fällen war die  $\lambda_{\max}$ -Differenz wesentlich kleiner als bei den Zellen der Bauart I (Tabelle 1). An einer Zelle, deren Kathode eine blanke Oberfläche aufweist, ist mit unseren Hilfsmitteln keine Differenz der langwelligen Maxima mit und ohne Vorspannung nachgewiesen worden.

Das langwellige Maximum ändert sich bei Anlegen der Vorspannung nicht sprunghaft, sondern verschiebt sich kontinuierlich mit steigender

<sup>1)</sup> P. Görlich, ZS. f. Phys. **85**, 128, 1933; R. Fleischer u. P. Görlich, Phys. ZS. **35**, 289, 1934. — <sup>2)</sup> L. R. Koller, Phys. Rev. **36**, 1639, 1930; W. Kluge, Phys. ZS. **34**, 844, 1933. — <sup>3)</sup> H. Geffcken (l. c.) bezeichnet diese Zellen mit „Zellen des Bainbridge-Typs“.

Spannung bis etwa 2 Volt. Höhere Spannungen bedingen keine weitere Verschiebung (Tabelle 2).

Tabelle 1. Wanderung des langwelligen Maximums an Zellen der Bauart I und II mit und ohne beschleunigende Spannung<sup>1)</sup>.

Zellenart	Anodenform	$\lambda_{\max}$ in $m\mu$ <sup>2)</sup> ohne Spannung	$\lambda_{\max}$ in $m\mu$ mit Spannung (2 Volt)	$\Delta\lambda_{\max}$ in $m\mu$
I	Stabanode	700	840	140
I	Stabanode	680	840	160
I	Stabanode	580	840	260
I	Engmaschiges Drahtnetz	650	770	120
II	Drahtnetz	640	640	0
II	Draht in U-Form	690	700	10

Tabelle 2. Kontinuierliches Wandern des langwelligen Maximums nach größeren Wellenlängen an einer Kathode der Bauart I bei allmählicher Steigerung der beschleunigenden Spannung von 0 bis 2 Volt und darüber.

Spannung in Volt an der Kathode	$\lambda_{\max}$ in $m\mu$	Spannung in Volt an der Kathode	$\lambda_{\max}$ in $m\mu$
+ 0,04	720	— 0,2	770
0	720	— 2	780
— 0,04	740	— 10	780
— 0,1	760	— 30	780

Tabelle 3. Wanderung des langwelligen Maximums an handelsüblichen Zellen mit und ohne Vorspannung.

Zellenart	Anodenform	$\lambda_{\max}$ in $m\mu$ ohne Spannung	$\lambda_{\max}$ in $m\mu$ mit Spannung	$\Delta\lambda_{\max}$ in $m\mu$
Rectron . . . . .	Stabanode	770	880	110
Rectron . . . . .	Stabanode	720	780	60
de Forest . . . . .	Stabanode	730	730	0
de Forest . . . . .	Stabanode	710	710	0
Pressler M 122 G Cs E .	Netzanode	670	680	10
GM. Lab. 53 AV Visatron	Stabanode	630	750	120

Bei Untersuchung handelsüblicher Zellen sind ebenfalls die  $\lambda_{\max}$ -Differenzen gefunden worden (Tabelle 3), jedoch können diese Ergebnisse nicht zur Deutung des Effektes herangezogen werden, da die Angaben über die Kathodenschichten Schlüsse auf deren Aufbau nicht ohne weiteres zulassen.

<sup>1)</sup> Bei diesen Angaben ist die Kontaktpotentialdifferenz zwischen Anode und Kathode nicht berücksichtigt. Aus der mit 575  $m\mu$  bezeichneten Kurve der Fig. 6 ist diese zu ersehen. Sie beträgt etwa 2 Volt. — <sup>2)</sup> Mit  $\lambda_{\max}$  wird die Wellenlänge des langwelligen Maximums bezeichnet.

Die Differenzen sind bei den verschiedenen Typen mehr oder weniger stark ausgeprägt. Es läßt sich nur sagen, daß die einzelnen Zellen sich bezüglich der Wanderung des langwelligen Maximums wie Zellen der Bauart I oder II verhalten.

Man kann geneigt sein, diese Erscheinung auf einen Einfluß der geometrischen Verhältnisse zwischen Anode und Kathode zurückzuführen. Um bei der Deutung ein Bild über den Einfluß der Anodenform zu gewinnen, ist diese für die einzelnen Zellen in den Tabellen 1 und 3 angegeben. Der günstigste geometrische Aufbau der Zelle, d. h. eine geometrische Zuordnung der Anode zur Kathode derart, daß ein möglichst großer Prozentsatz der ausgelösten Elektronen bereits ohne Vorspannung die Anode erreicht, scheint ohne Einfluß zu sein, wie die Messungen an Zellen der Bauart I mit einfacher Stabanode und mit Netzanode zeigen (Tabelle 1). Vielmehr dürfte das Wandern des langwelligen Maximums im Aufbau der Kathodenschicht begründet sein. Vergrößert werden können die  $\lambda_{\max}$ -Differenzen in jedem Falle, wenn dafür gesorgt wird, daß ein möglichst großer Prozentsatz Elektronen geringer Geschwindigkeit in der Kathode ausgelöst wird. Dies ist dann der Fall, wenn rotempfindliche Cäsiumoxydkathoden, die mit Cäsium- und Fremdmetailatomen durchsetzt sind, also Zellen der Bauart I vorliegen. Die Zentren des lichtelektrischen Effektes sind bei diesen Kathoden nicht nur auf, sondern auch in der Oxydschicht zu finden. Entsprechend der Eindringungstiefe des Lichtes ist ein Ablösen von Elektronen an unter der Oberflächenschicht liegenden Zentren möglich<sup>1)</sup>. Damit wird ein größerer Prozentsatz von Elektronen geringerer Geschwindigkeit in der Kathodenschicht ausgelöst, welche ohne äußeres beschleunigendes Feld die Kathode nicht verlassen können. Diese bedingen bei Messung des Photostromes mit beschleunigender Spannung die große  $\lambda_{\max}$ -Differenz beziehentlich die Verschiebung der spektralen Empfindlichkeitskurve nach dem langwelligen Gebiet. Sie werden durch den „äußeren Feldeffekt“ der Messung zugänglich gemacht.

Der äußere Feldeffekt läßt sich nach Suhrmann (l. c.) an Vakuumzellen mittels der bei Bestrahlung mit monochromatischem Licht verschiedener Wellenlänge erhaltenen Stromspannungskurven nachweisen (vgl. Fig. 1). Die Stromspannungskurven einer Zelle der Bauart I bei Bestrahlung mit monochromatischem Licht verschiedener Wellenlänge zeigt die Fig. 6. Bei Bestrahlung mit Licht der Wellenlänge 800 m $\mu$  ist der bei kurzen Wellenlängen (575 m $\mu$ ) horizontal verlaufende Teil der Stromspannungskurve gegen die Horizontale geneigt. Die Neigung ist

<sup>1)</sup> R. Fleischer u. P. Görlich, l. c.

abhängig von der Wellenlänge des Lichtes, die Neigung nimmt zu mit wachsender Wellenlänge des eingestrahlteten Lichtes. Wir erhalten Kurven,

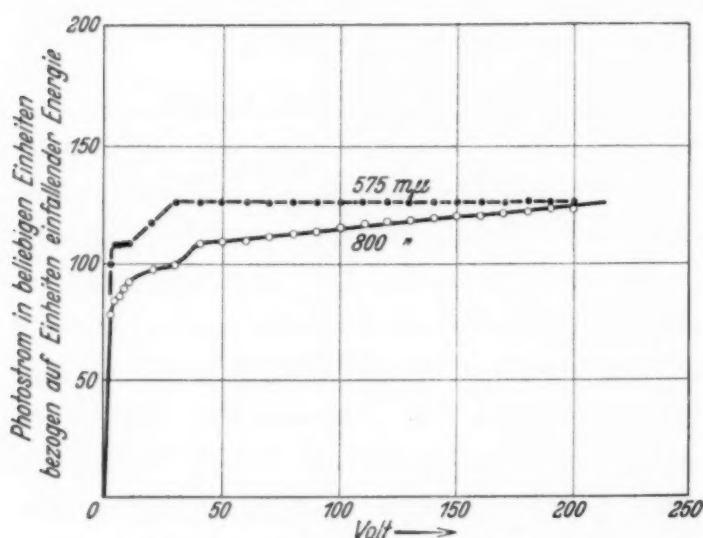


Fig. 6. Einfluß des „äußeren Feldeffektes“ auf die Stromspannungskurve einer Zelle mit Kathode der Bauart I und Netzanode.

die den in Fig. 1 gezeigten analog sind. Die kleinen angelegten Spannungen bilden an den Unebenheiten der Kathodenfläche genügend hohe Potentialgradienten aus, so daß auch langsame Elektronen, welche an tieferliegenden Zentren des lichtelektrischen Effektes abgelöst werden, aus den Kathodenschichten herausgeholt werden.

In Fig. 7 ist die Wanderung des langwelligen Maximums und der gesamten spektralen lichtelektrischen Empfindlichkeitsverteilung bei beschleunigenden Spannungen von 0 bis 2 Volt an Zellen der Bauart I wiedergegeben. Die Verschiebung der spektralen lichtelektrischen Empfindlich-

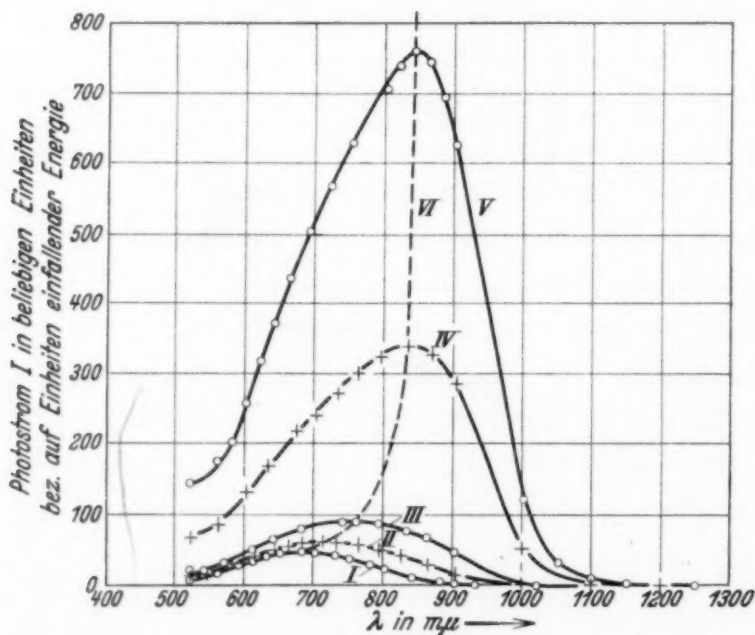


Fig. 7. Einfluß des äußeren Feldes auf die spektrale lichtelektrische Verteilung einer Photokathode der Bauart I.

Kurve I: Spektrale Verteilung ohne Feld. Kurve II: Spektrale Verteilung mit 0,1 Volt beschleunigender Spannung. Kurve III: Spektrale Verteilung mit 0,2 Volt beschleunigender Spannung. Kurve IV: Spektrale Verteilung mit 1 Volt beschleunigender Spannung. Kurve V: Spektrale Verteilung mit 2 Volt beschleunigender Spannung. Kurve VI: Lage des selektiven Maximums und dazugehöriger Photostrom in Abhängigkeit vom angelegten Feld.



keitsverteilung verläuft im Sinne der Befunde von Lawrence und Linford (vgl. Fig. 2). Während Lawrence und Linford die hohen Potentialgradienten durch hohe Spannungen zwischen Kathode und Anode erreichen, werden diese an Kathodenschichten der Bauart I bei niederen Spannungen durch Unebenheiten der Oberfläche bedingt.

Die Übereinstimmungen mit den Befunden von Suhrmann einerseits und Lawrence und Linford andererseits sprechen dafür, daß die Verschiebung des langwelligen Maximums bei geringen beschleunigenden Spannungen verursachenden langsamen Elektronen durch den äußeren Feldeffekt der Messung zugänglich gemacht werden. Ob neben diesem inneren lichtelektrischen Effekt eine optische Verschiedenheit der Kathodenoberfläche und der Kathodenschicht dieser Erscheinung zugrunde liegt, läßt sich aus den angestellten Versuchen noch nicht ersehen.

Fig. 8 zeigt die Abhängigkeit des langwelligen Maximums von der angelegten Spannung. Das Maximum liegt bei Spannungen über 2 Volt spektral fest. Inwieweit die in Fig. 6 wiedergegebenen Verhältnisse von Einfluß auf die Lage des Maximums sind, wurde nicht weiter untersucht.

In den Kurven der Fig. 6 deutet der Sprung der Stromspannungskurve zwischen 30 und 40 Volt beziehentlich zwischen 10 und 30 Volt zu höheren Werten auf das Vorhandensein des Durchbrucheffektes hin. Dieser Sprung ist hier — nicht wie bei Geffcken durch einen bestimmten Spannungswert — durch einen mehr oder weniger weiten Spannungsbereich charakterisiert.

Der Übergang von niederen zu höheren Stromwerten oder umgekehrt vollzieht sich im Gegensatz zu Geffcken immer in demselben Spannungsbereich, gleichgültig ob in Richtung wachsender oder abnehmender Spannungen gemessen wird. Die Abhängigkeit von der Wellenlänge des bestrahlenden Lichtes ist in Übereinstimmung mit Geffcken. Der Durchbrucheffekt kann jedoch zur Deutung der hier beschriebenen Erscheinung nicht herangezogen werden, da diese sich zwischen 0 und 2 Volt abspielt.

Hydrierte, kompakte Kaliumkathoden, deren maximale Empfindlichkeit bei 436 m $\mu$  liegt, zeigen mit und ohne Vorspannung die Wanderung

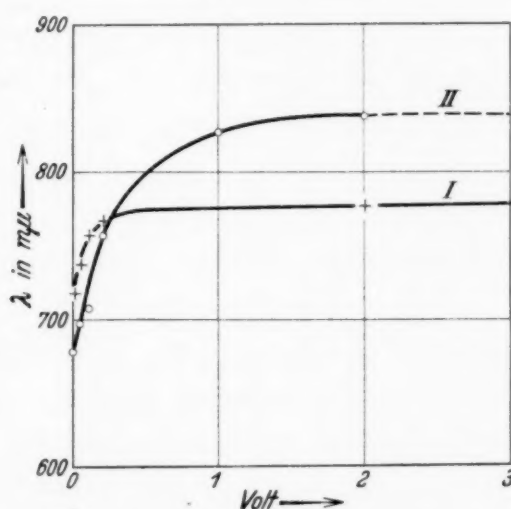


Fig. 8. Abhängigkeit des selektiven Maximums vom angelegten Feld für zwei verschiedene Zellen der Bauart I.

Kurve I: Vgl. weiteren Verlauf Tabelle 2.

Kurve II: Vgl. Fig. 7.

des selektiven Maximums nicht. Diese Art Kathodenschichten stellen infolge ihrer geringen Rotempfindlichkeit nicht genügend langsame Elektronen zur Verfügung. Es ist wohl auch der Eingriff des Feldes anders geartet. Die verschiedenen Feld- und Raumladungseffekte an Photokathoden sind in Tabelle 4 zusammengestellt.

Tabelle 4. Feld- und Raumladungseffekte an Photokathoden.

Beobachter		Effekt
Suhrmann	}	Äußerer Feldeffekt
Lawrence u. Linford		
Suhrmann	}	Innerer Feldeffekt
Nottingham		
Marx u. Meyer		Raumladungseffekt
Geffcken		Durchbruchseffekt
Fleischer u. Görlich	{	Lichtelektrischer Effekt an tiefer liegenden Zentren, meßbar durch äußeren Feldeffekt

*Zusammenfassung.* Es wird gezeigt, daß an Oxydkathoden mit eingebauten Metallatomen bei Messung der spektralen lichtelektrischen Empfindlichkeitsverteilung mit und ohne beschleunigende Spannung das langwellige Maximum mit zunehmender Spannung nach langen Wellenlängen wandert. Gleichzeitig wird die spektrale Verteilungskurve des lichtelektrischen Effektes nach dem langwelligen Gebiet verschoben.

Durch den Aufbau der Schicht bedingt, stehen im Innern der Kathode genügend Elektronen zur Verfügung, welche ohne äußeres Feld die Kathode nicht verlassen können. Durch den äußeren Feldeffekt werden sie der Messung zugänglich gemacht. Genügend hohe Potentialgradienten werden trotz der geringen angelegten Spannungen durch die Unebenheiten der Oberfläche bedingt.

Inwieweit eine optische Verschiedenheit der Kathodenoberfläche und der Kathodenschicht dieser Erscheinung zugrunde liegt, läßt sich noch nicht ersehen.

An Oxydkathoden mit aufgebrachtener atomarer Alkalischiicht<sup>1)</sup> und an hydrierten, kompakten Kaliumkathoden kann die  $\lambda_{\max}$ -Verschiebung als Folge des äußeren Feldeffektes nicht beobachtet werden. An Hand der verschiedenen Feld- und Raumladungseffekte (Tabelle 4) scheint es möglich zu sein, auf den Aufbau der Kathodenschicht zu schließen.

Dresden, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule; Laboratorium der Zeiss-Ikon A.-G., im Februar 1935.

<sup>1)</sup> Siehe Fußnote 3, S. 601.

(Aus dem Kaiser Wilhelm-Institut für Chemie,  
physikalisch-radioaktive Abteilung, Berlin-Dahlem.)

## Beiträge zur künstlichen Radioaktivität. (Curie-Joliot-Prozesse.)

Von **Hermann Fahlenbrach** in Berlin-Dahlem.

Mit 6 Abbildungen. (Eingegangen am 4. März 1935.)

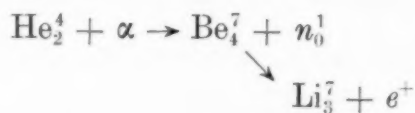
Es wird über Versuche an Curie-Joliot-Prozessen von B, Al und N mit  $\text{ThB} + \text{C}$  und Po berichtet.

### *Problemstellung.*

1. Die von Curie und Joliot<sup>1)</sup> entdeckte künstliche Radioaktivität beim Beschießen einiger leichter Elemente mit  $\alpha$ -Strahlen ist auch von anderen Forschern<sup>2)</sup> untersucht und auf verschiedene Elemente ausgedehnt worden. Man hat mit den natürlichen  $\alpha$ -Strahlenergien nur Aussicht, leichte Elemente zu zertrümmern, da nur bei ihnen die Potentialschwelle des Kerns merklich von  $\alpha$ -Strahlen durchdrungen werden kann. Insgesamt sind heute die Zertrümmerungsprodukte von B, N, F, Na, Mg, Al und P als künstlich radioaktiv bekannt. Am Beispiel des Bors sei der Prozeß der künstlichen Radioaktivität gezeigt:  $\text{B}_5^{10} + \alpha \rightarrow \text{N}_7^{13} + n \cdot \text{N}_7^{13}$  ist instabil und zerfällt unter Aussendung eines Positrons:  $\text{N}_7^{13} \rightarrow \text{C}_6^{13} + e^+$ . Stellt man für diesen Prozeß die Energiebilanz auf unter der Annahme, daß keine Kern- $\gamma$ -Strahlung emittiert wird, so erhält man  $\text{B}_5^{10} + \alpha + E_\alpha = \text{C}_6^{13} + n + E_n + E_r + e^+ + E_{e^+}$ . Dabei bedeutet  $E$  die Energie; die Indizes beziehen sich auf die betreffenden Teilchen,  $r$  auf den Rückstoßkern. Mit  $\text{B}_5^{10} = 10,0135$ ,  $\alpha = 4,0022$ ;  $\text{C}_6^{13} = 13,0046$ ;  $n = 1,0080$ ;  $e^+ = 0,0005$  und  $E_{e^+} = 0,0016$ <sup>3)</sup> erhält man dann  $E_\alpha - E_n - E_r = -0,0010$ ; d. h. der Prozeß wäre, wenn man nur die Energiebilanz berücksichtigt, für alle  $\alpha$ -Strahlenergien möglich. Zu beachten ist dabei die große Unsicherheit der angegebenen Zahlen. Wenn man die Fehlermöglichkeiten der Einzelwerte summiert, so erhält man eine Schwankung um  $\pm 0,003$ .

<sup>1)</sup> I. Curie u. F. Joliot, C. R. **198**, 254 und 559, 1934; Journ. de phys. (7) **5**, 153, 1934; Nature **133**, 201, 1934. — <sup>2)</sup> L. Meitner, Naturwissensch. **22**, 420, 1934; L. Wertenstein, Nature **133**, 564, 1934.; O. R. Frisch, ebenda **133**, 721, 1934; A. J. Alichanow, A. J. Alichanian, B. S. Dželepov, ebenda **134**, 254, 1934; C. D. Ellis u. W. J. Henderson, Proc. Roy. Soc. **146**, 206, 1934. — <sup>3)</sup> A. J. Alichanow, A. J. Alichanian u. B. S. Dželepov, ZS. f. Phys. **93**, 350, 1935.

Bei  $N^{14}$  kann keine Aktivität bei kleinen  $\alpha$ -Strahlenergien auftreten, denn man erhält unter denselben Annahmen wie bei dem Borprozeß aus den Massenzahlen  $E_\alpha - E_n - E_r = 0,0033 \pm 0,005$ , d. h. der Prozeß wäre erst bei 3 Millionen Volt energetisch möglich. Man begreift so auch, daß andere Prozesse, die zur künstlichen Radioaktivität führen könnten, energetisch, d. h. für die  $\alpha$ -Strahlen natürlich radioaktiver Präparate verboten sind. Man brauchte z. B. für einen Prozeß:



mindestens  $20 \cdot 10^6$  e-Volt  $\alpha$ -Energie. Leider sind die Atomgewichte einiger Isotope überhaupt nicht oder nur sehr ungenau bekannt, so daß man in anderen Fällen eine künstliche Aktivität mit  $\alpha$ -Strahlen oft nicht berechnen kann.

Unsere Aufgabe sollte sein, die künstliche Radioaktivität an schon bekannten Elementen nachzuprüfen und die Forschungen anderer zu ergänzen. Vor allem legten wir Wert auf die Bestimmung der Anregungsfunktion, da eine solche Schlüsse auf die Struktur der Kerne gestattet.

#### *Mefstechnisches.*

2. Die Untersuchungen wurden mit einem Geiger-Müller-Zählrohr aus Messing mit einem Fenster aus  $100 \mu$  Al ausgeführt. Die Länge des Zählrohrs betrug 2,5 cm, der Durchmesser 1,5 cm, der Nulleffekt im bleigeschützten Zählrohr 6 bis 7 Teilchen pro Minute. Die Stöße des Zählrohrs wurden durch einen Röhrenverstärker auf einen gewöhnlichen Telephonzähler (Auflösungsvermögen 60 bis 80 Teilchen pro Minute) übertragen. Zur Verfügung an Präparaten standen ein Poloniumpräparat (15 mg) und ThB + C-Präparate (maximal 8 mg). Bei Verwendung der letzteren waren Strahlenquelle und bestrahlte Substanz durch luftdichte Zaponlackfolien (wenige Millimeter Luftäquivalent) zur Vermeidung von Verseuchung voneinander getrennt. Außerdem wurde von Zeit zu Zeit eine Kontrolle der Abfallzeiten vorgenommen, um zu sehen, ob ThB nicht durch die Folie gedrungen sei.

3. Die Anregungskurven wurden in der Weise bestimmt, daß man während der ganzen Untersuchungsreihe die geometrischen Verhältnisse von Präparat zu untersuchender Substanz und von bestrahlter Substanz zum Zählrohr ungeändert ließ und jedesmal die Substanz eine bestimmte Zeitlang der Bestrahlung aussetzte. Die Zählung begann entweder eine bestimmte Zeit nach Aufhören der Bestrahlung, oder es wurde mittels der gemessenen Abfallszeiten auf gleiche Zeiten korrigiert. Korrigiert wurde



weiterhin auch auf den Abfall von  $\text{ThB} + \text{C}$  und  $\text{Po}$  und bei  $\text{ThB} + \text{C}$  auf die außer von  $\text{ThC}'$  von  $\text{ThC}$  kommenden  $\alpha$ -Strahlen geringerer Reichweite; ferner auch auf die Absorption in dem Al-Fenster. Es wurde jedesmal die Ausbeute in einer bestimmten Zeit (10 oder 20 Minuten je nach der Lebensdauer des untersuchten instabilen Atomkerns) gemessen. Aus den gemessenen Zahlen kann man mit Hilfe der Abfallszeiten dann  $N_0$ , die Zahl der zur Zeit  $t = 0$  nach Bestrahlung bis zum Gleichgewicht anwesenden instabilen Atome, berechnen. Weiter folgt daraus, wenn man aus den geometrischen Verhältnissen die Öffnungswinkel bestimmt hat und  $N_0$  auf den ganzen Raumwinkel bezieht:

$$q(E) \cdot n_\alpha = N_0 \cdot \lambda \quad (1)$$

$q(E)$  = Zertrümmerungswahrscheinlichkeit für ein  $\alpha$ -Teilchen der Energie  $E$ ,  $n_\alpha$  = Zahl der pro Sekunde in die Versuchssubstanz eindringenden  $\alpha$ -Strahlen;  $\lambda$  = Zerfallskonstante des untersuchten Atomkerns. Von Interesse war fernerhin der Wirkungsquerschnitt  $Q$ , für den definitionsgemäß die Gleichung gilt:

$$\int_0^{R_s} Q(x) N dx = q(E)$$

oder

$$Q(E) \cdot N = \frac{dq(E)}{dR_s} = a \frac{dq(E)}{dR_L}, \quad (2)$$

wobei  $R_s$  und  $R_L$  die Reichweiten der  $\alpha$ -Strahlen in der untersuchten Substanz, bzw. Luft sind, zwischen denen die Beziehung  $R_s = a R_L$  besteht.  $N$  = Anzahl der vorhandenen Atome im  $\text{cm}^3$ .

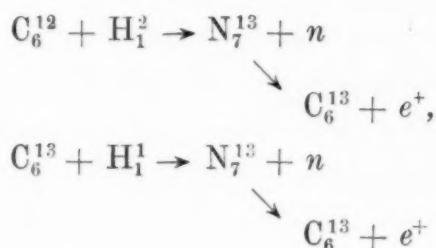
Die Errechnung von absoluter Ausbeute [ $q(E)$ ] und Wirkungsquerschnitt [ $Q(E)$ ] interessierte uns für einen Vergleich mit der manchmal parallel laufenden Protonenemission. Bei Untersuchungen mit  $\text{Po}$ - und  $\text{ThB} + \text{C}$ - $\alpha$ -Strahlen an demselben Element wurden die beiden Anregungskurven getrennt gemessen und aneinander angeschlossen. Die verschiedenen Reichweiten wurden durch Zwischenschaltung von (durch Auswiegen) geeichten Aluminiumfolien erhalten. Durch Kombination verschiedener Folien wurde versucht, die Versuchspunkte möglichst dicht aneinander zu bringen.

#### Ergebnisse.

*Bor.* 4.  $\text{B}_5^{10} + \alpha \rightarrow \text{N}_7^{13} + n$ ;  $\text{N}_7^{13} \rightarrow \text{C}_6^{13} + e^+$ . Die Halbwertszeit von  $\text{N}^{13}$  ist aus obigem Prozeß von Curie und Joliot<sup>1)</sup> und von Ellis und

<sup>1)</sup> I. Curie u. F. Joliot, C. R. 198, 254, 1934.

Henderson<sup>1)</sup> zu 14 Minuten bestimmt worden; aus Protonen- und Deutonenprozessen:



von Crane und Lauritsen<sup>2)</sup> zu 10,3 Minuten und von Cockcroft, Gilbert und Walton<sup>3)</sup> zu  $10,5 \pm 0,5$  Minuten. Wir fanden aus zwölf Abfallszeitbestimmungen  $T = 10,7_3 \pm 0,1_5$  Minuten, wobei der mittlere Fehler nach Gauss ausgerechnet ist; die Einzelwerte wurden geometrisch aus der

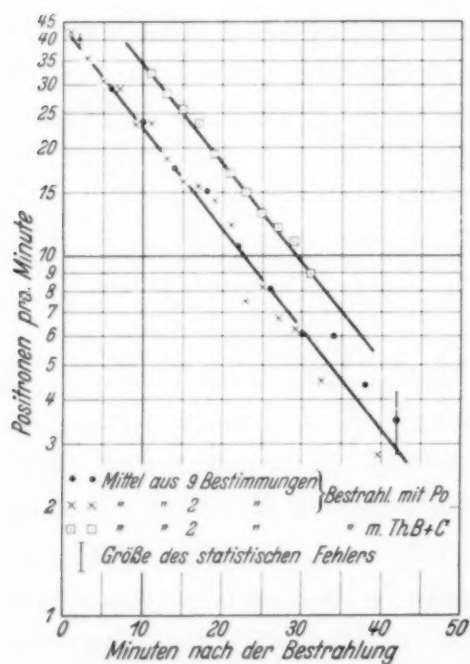


Fig. 1. Abfallskurven von  $\text{N}^{13}$ .

günstigsten Lage der Abfallsgeraden im logarithmischen Ordinatenmaßstab geschätzt. Eine Mittelung der Abfallskurven zeigt Fig. 1. Der hier erhaltene Wert stimmt sehr gut mit der von den zuletzt genannten Forschern angegebenen Halbwertszeit überein und zeigt, daß — wie zu erwarten — die Lebensdauer von  $\text{N}^{13}$  unabhängig von dem Weg ist, auf dem der  $\text{N}^{13}$ -Kern erzeugt wird.

Bei Bestrahlung von Bor mit  $\alpha$ -Strahlen von  $\text{ThB} + \text{C}$  und von  $\text{Po}$  zeigte sich ebenfalls kein Unterschied in der Abfallszeit, wenn man bei Bestrahlung mit  $\text{ThB} + \text{C}$  nur einige Minuten wartet, bis die Aktivität des

Luftstickstoffs (vgl. Abschnitt 15), dessen Zertrümmerungsprodukt eine Halbwertszeit von ungefähr einer Minute hat, verschwunden ist (vgl. Fig. 1). Das ist für das folgende von Bedeutung (vgl. Abschnitt 6).

5. Fig. 2 zeigt die Anregungskurve, d. h. die Abhängigkeit der Ausbeute an Elektronen von der  $\alpha$ -Strahlenergie. Gemessen wurde integral (2a); durch Differentiation erhält man 2b. Bis zu etwa 4 cm Luftreichweite der  $\alpha$ -Strahlen zeigt 2b eine gute Übereinstimmung mit einer Anregungskurve,

<sup>1)</sup> C. D. Ellis u. W. J. Henderson, Proc. Roy. Soc. (A) **146**, 206, 1934.  
— <sup>2)</sup> H. R. Crane u. C. C. Lauritsen, Phys. Rev. **45**, 430, 1934. — <sup>3)</sup> J. D. Cockcroft, C. W. Gilbert u. E. T. S. Walton, Nature **133**, 328, 1934.

die von Miller, Duncanson und May<sup>1)</sup> bei der Protonenemission von Bor, das mit  $\alpha$ -Strahlen beschossen worden war, gefunden wurde. Es handelt sich dabei um den Prozeß:  $B_5^{10} + \alpha \rightarrow C_6^{13} + H^1$ . Oberhalb von 4 cm Luftreichweite soll die Protonenemission nach Paton<sup>2)</sup> konstant sein. Man

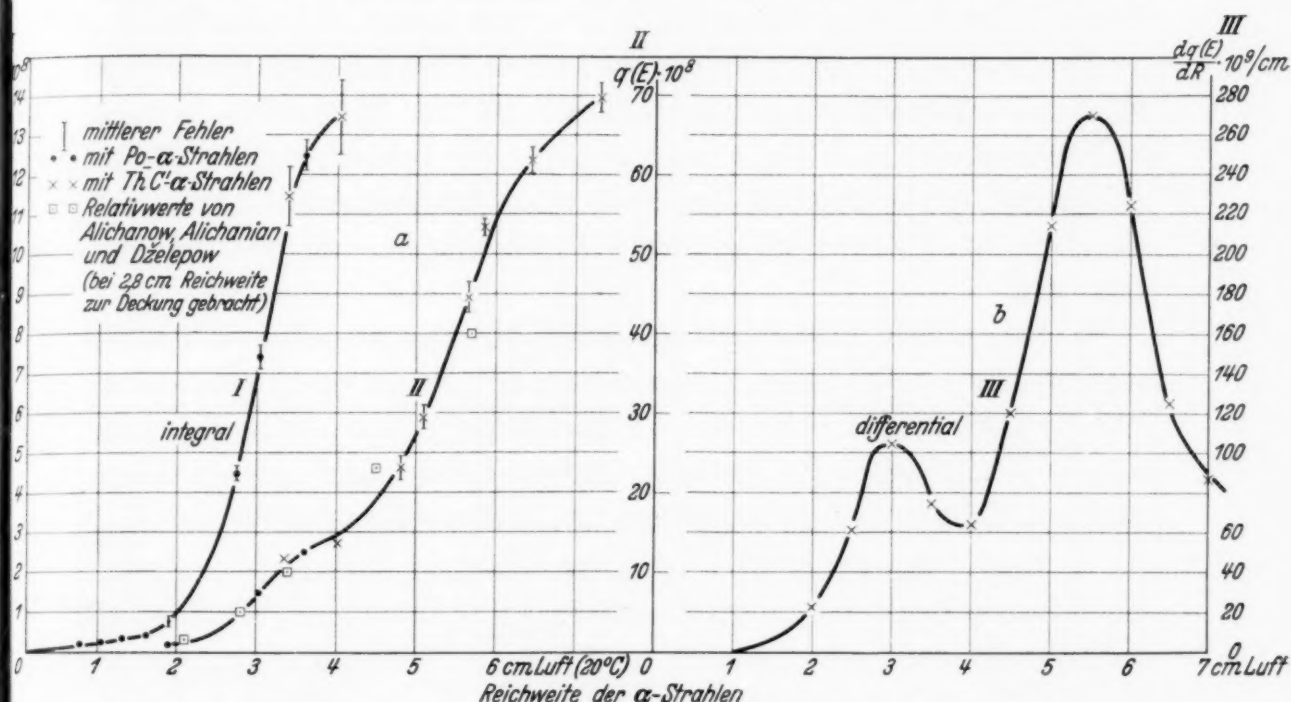
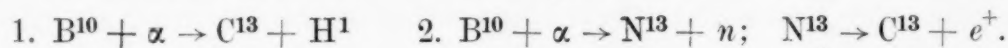


Fig. 2. Zertrümmerungswahrscheinlichkeit von  $\alpha$ -Teilchen verschiedener Reichweite für  $N^{13}$ .

könnte unsere Anregungskurve folgendermaßen zu erklären suchen: Das Maximum bei 3 cm Reichweite ist ein Resonanzniveau. Wahrscheinlich sind wir mit 3 cm schon dicht an der nicht genau bekannten Potentialschwelle; das veranlaßte Miller, Duncanson und May zu einer jedoch nicht zwingenden Ablehnung dieser Annahme. Der weitere Anstieg der Positronenemission mit wachsender Energie (bei konstanter Protonenemission) könnte eine allgemeine Tatsache wiedergeben. Das Verhältnis der Neutronenemission zur Protonenemission aus demselben Kern scheint sich ganz allgemein mit zunehmender  $\alpha$ -Strahlenergie zugunsten der Neutronenemission zu verschieben, wie auch neuerdings Haxel am Stickstoff besonders gut gezeigt hat (vgl. Abschnitt 14). Sowohl die Protonen- wie die Positronenemission führt zum gleichen Kern, beim  $B^{10}$  zum  $C^{13}$



Man sieht unmittelbar ein, daß der Weg über das Neutron mehr Energie erfordert, weil  $H^1 < n + e^+ + E e^+$  ist.

<sup>1)</sup> H. Miller, W. E. Duncanson u. A. N. May, Proc. Cambr. Phil. Soc. 30, 549, 1934. — <sup>2)</sup> R. F. Paton, ZS. f. Phys. 90, 586, 1934.

Das gilt allgemein für die Zertrümmerungen mit  $\alpha$ -Strahlen vom obigen Typus. Man kann so verstehen, daß bei kleinen  $\alpha$ -Strahlenenergien die Neutronenemission benachteiligt ist und nach höheren Energien stärker zunimmt als die Protonenemission. Aus den Arbeiten von Bothe und Fränz<sup>1)</sup> über die Protonenemission an Bor geht hervor, daß bei  $\alpha$ -Strahlenenergien des Poloniums die absolute Ausbeute an Protonen (Zertrümmerungswahrscheinlichkeit für ein  $\alpha$ -Teilchen)  $> 6,7 \cdot 10^{-6}$  ist. Die absolute Ausbeute an Neutronen ist nach Fig. 2 nur  $1,4 \cdot 10^{-7}$ . Die Gesamtanregung (Proton + Neutron) würde dann also praktisch gleich der Protonenanregung, nach dem Ergebnis Patons bei großen  $\alpha$ -Strahlenergien also praktisch konstant sein.

6. Eine andere Erklärungsmöglichkeit der Anregungskurve 2b ist die Annahme eines zusätzlichen Prozesses vom  $B^{11}$ , der zu einem radioaktiven  $C^{14}$  führen würde und sich erst bei hohen Energien überlagert. Eine energetische Möglichkeit dafür bestände, dagegen spricht die Gleichheit der gemessenen Halbwertszeiten bei kleinen und großen  $\alpha$ -Strahlenergien.

7. Unsere Anregungskurve ist in hinreichender Übereinstimmung mit einem neuen Ergebnis von Alichanow, Alichanian und Dželepov<sup>2)</sup> (vgl. die eingezeichneten Punkte in Fig. 2a). Jedoch wurden von den Autoren zu wenig Punkte gemessen, um das Maximum bei 3 cm Luftreichweite der  $\alpha$ -Strahlen in der Differentialkurve einwandfrei herauschälen zu können.

Der exakte Verlauf der differentiellen Anregungskurven ist natürlich schwer festzustellen, da ein geringer Unterschied der Form der integrierten Kurve und nachfolgende Differentiation die differenzierte Kurve erheblich ändert. Das gilt besonders für den auffallend steilen Abfall der Kurven bei großen Reichweiten. Die in den differentiellen Kurven eingezeichneten Punkte geben den Differenzenquotient über 5 mm Abszissenintervall, den wir aus der integrierten Kurve berechneten. Dasselbe gilt für das Ergebnis an Al und N.

8. Curie und Joliot<sup>3)</sup> haben vor der Entdeckung der künstlichen Radioaktivität für den Borprozeß mit  $\alpha$ -Strahlen die Anregungskurve für Neutronen bis zur Energie der ungeschützten Po-Strahlung in der Ionisationskammer beobachtet. Ihre Kurve stimmt mit der unserigen nicht überein. Fig. 3 zeigt einen Vergleich, in dem wir die beiden Kurven will-

<sup>1)</sup> W. Bothe u. H. Fränz, ZS. f. Phys. **43**, 456, 1927; **49**, 1, 1928; **63**, 370 und 381, 1930. — <sup>2)</sup> A. J. Alichanow, A. J. Alichanian u. B. S. Dželepov, ebenda **93**, 350, 1935. — <sup>3)</sup> I. Curie u. F. Joliot, Journ. de phys. **4**, 278, 1933.



kürlich bei  $3,2 \cdot 10^6$  e-Volt zur Deckung brachten. Die Abweichung in den Kurven ist durchaus verständlich, denn Curie-Joliot messen die Wechselwirkung zwischen Neutronen und Protonen, und diese ist für langsamere Neutronen wahrscheinlich größer als für schnelle, wie aus Arbeiten von

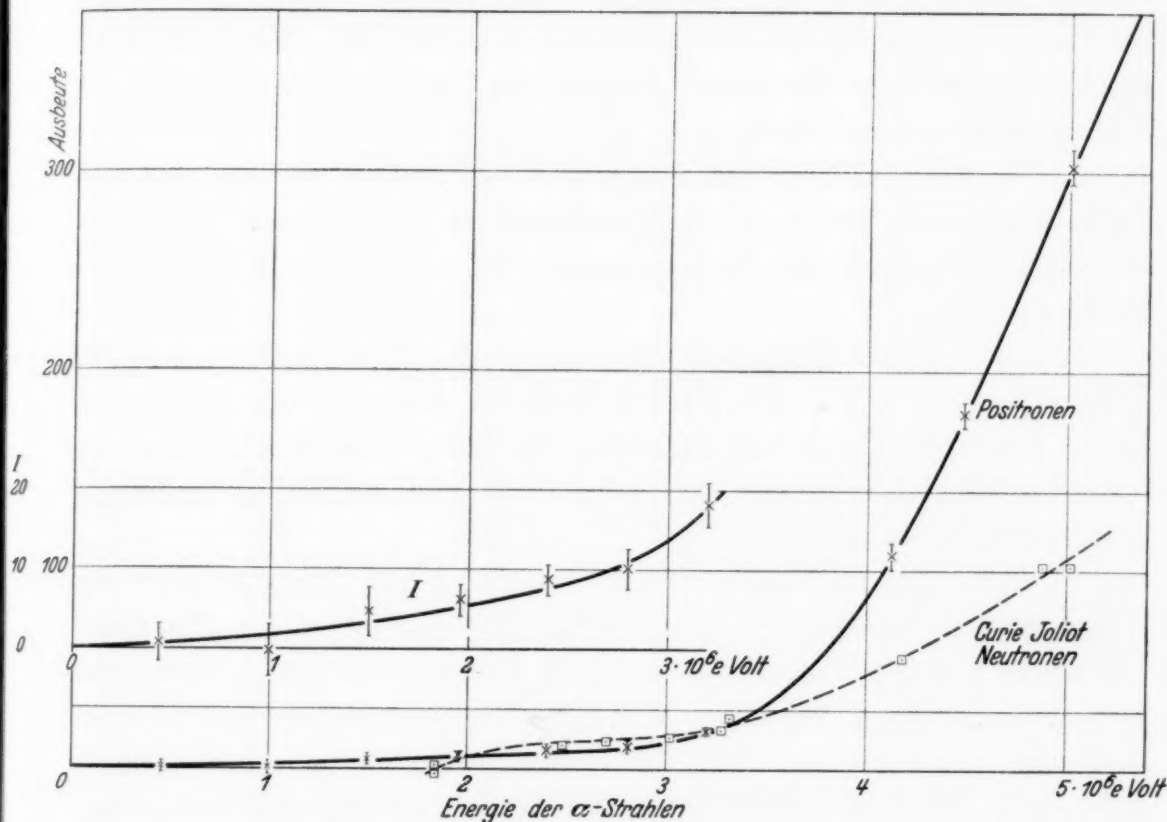
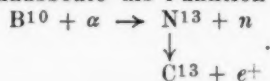


Fig. 3. Positronen- und Neutronenausbeute als Funktion der  $\alpha$ -Strahlenergie beim Prozeß:



Chadwick<sup>1)</sup> und von Meitner und Philipp<sup>2)</sup> hervorgeht. Deshalb liegt bei kleineren Energien (langsamere Neutronen) die Curie-Joliotische Kurve über der unsrigen, bei größeren Energien unter der unsrigen.

Der Unterschied in den Anregungskurven von Curie-Joliot und mir könnte weiter damit begründet werden, daß außer dem Prozeß 1.  $\text{B}^{10} + \alpha = \text{N}^{13} + n$  auch noch der Prozeß 2.  $\text{B}^{11} + \alpha = \text{N}^{14} + n$  von Curie-Joliot gemessen wurde, was Chadwick annimmt, uns aber aus folgenden Überlegungen heraus unwahrscheinlich scheint:

a) Man errechnet energetisch aus den Massenzahlen, daß der Prozeß 2. für kleinere  $\alpha$ -Energien bis nahe der Energie der Po-Strahlung wahrscheinlich nicht geht.

<sup>1)</sup> J. Chadwick, Proc. Roy. Soc. **142**, 2, 1933. — <sup>2)</sup> L. Meitner u. K. Philipp, ZS. f. Phys. **87**, 484, 1934.

b) Curie und Joliot<sup>1)</sup> haben für das Gesamtneutronenverhältnis von Bor und Aluminium  $1/0,2 = 5$  für die volle  $\alpha$ -Strahlreichweite des Po gefunden. Aus unseren gemessenen Anregungskurven für Bor und Aluminium folgt bei der gleichen Reichweite für das Verhältnis der  $N_0$  von  $N^{13}$  zu  $P^{30}$  (Neutronenprozeß beim Al):  $12,3/3,63 = 3,4$ . Wir entnehmen daraus, daß bei Curie-Joliot bei der Untersuchung von Bor der Prozeß 2. nicht erheblich zusätzliche Neutronen lieferte, die uns bei der Zählung der Positronen entgangen wären.

Curie und Joliot<sup>1)</sup> und andere Autoren<sup>2)</sup> haben bei Bor, das mit  $\alpha$ -Strahlen bombardiert war, ein Resonanzniveau bei etwa  $2 \cdot 10^6$  e-Volt gefunden. Innerhalb der Meßgenauigkeit ist in unserer Kurve davon nichts zu sehen.

*Aluminium.* 9. Es handelt sich hier um den Prozeß:  $Al_{13}^{27} + \alpha \rightarrow P_{15}^{30} + n$ ;  $P_{15}^{30} \rightarrow Si_{14}^{30} + e^+$ . Die Halbwertszeit für diesen Prozeß wurde von Curie und Joliot<sup>3)</sup> zu 3,25 Minuten, von Ellis und Henderson<sup>4)</sup> zu  $3,2 \pm 0,1$  Minuten bestimmt. Aus 14 Abfallskurven fanden wir im Mittel:  $2,89 \pm 0,14$  Minuten.

10. Fig. 4 gibt die Anregungskurve an Al. Fig. 5, Kurve 1, zeigt den Wirkungsquerschnitt, der proportional der Differentiation von Fig. 4 ist. Die Kurve hat drei Maxima, bei 3,75, bei 5,45 und bei 7,10 cm Luftreichweite der  $\alpha$ -Strahlen. Von diesen sind die bei 3,75 cm und bei 5,45 cm wohl Resonanzniveaus zuzuschreiben, das Maximum bei 7,1 cm würde ziemlich dicht an der Potentialschwelle liegen. Die Steilheit der Maxima ist mit einer großen Willkür behaftet wegen der großen Fehlermöglichkeit durch die Differentiation.

Bei den zahlreichen Untersuchungen über die Protonenemission an Aluminium, das mit  $\alpha$ -Strahlen beschossen wurde, haben sich insgesamt sechs Resonanzniveaus für  $\alpha$ -Strahlen ergeben<sup>5)</sup>. Nach den Cambridger Forschern sollen sie bei 5,45, 4,35, 3,9, 3,45, 3,1 und 2,7 cm Luftreichweite liegen. Mit unserer Anordnung haben wir von vornherein wenig Aussicht, diese Resonanzniveaus einzeln aufzulösen; so haben Ellis und Henderson und Alichanow, Alichalian und Dželepowa<sup>6)</sup>, die, ähnlich wie wir, nur mit weniger Zwischenpunkten, die Anregungskurve bestimmten, überhaupt

<sup>1)</sup> I. Curie u. F. Joliot, l. c. — <sup>2)</sup> H. Miller, W. E. Duncanson u. A. N. May, l. c.; E. Pollard, Phys. Rev. **45**, 555, 1934. — <sup>3)</sup> I. Curie u. F. Joliot, C. R. **198**, 254, 1934. — <sup>4)</sup> C. D. Ellis u. W. J. Henderson, l. c. — <sup>5)</sup> J. Chadwick u. J. E. R. Constable, Proc. Roy. Soc. (A) **135**, 48, 1932; W. E. Duncanson u. H. Miller, ebenda (A) **146**, 396, 1934. — <sup>6)</sup> A. J. Alichanow, A. J. Alichalian u. B. S. Dželepowa, ZS. f. Phys. **93**, 350, 1935.

kein Resonanzniveau gefunden. Es scheint sehr wahrscheinlich, daß die beiden von uns gefundenen Niveaus mit zwei der bei der Protonenemission aufgedeckten übereinstimmen. Außerdem spricht die große Breite des

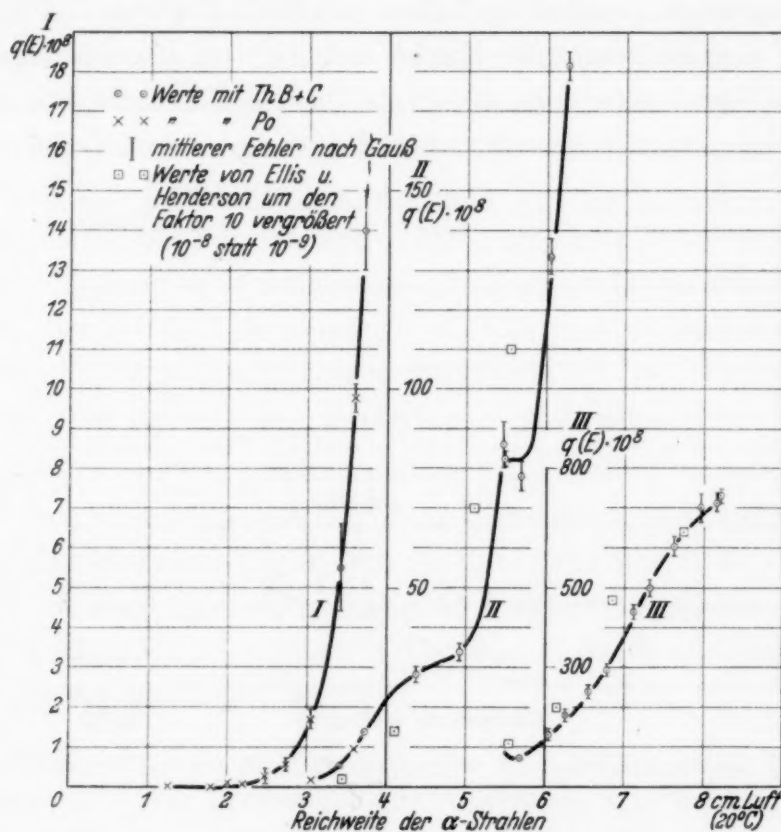
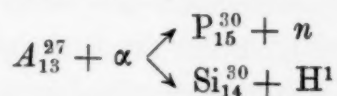


Fig. 4. Integrale Zertrümmerungswahrscheinlichkeit von  $\alpha$ -Teilchen verschiedener Reichweite bei  $P^{30}$ .

Maximums bei 3,75 cm dafür, daß mehrere Resonanzniveaus nicht einzeln aufgelöst werden. Man muß ja von vornherein erwarten, daß die Resonanzniveaus des Al-Kerns bei den beiden Prozessen:



die gleichen sein müssen. Dagegen müßte sich nach dem beim Bor diskutierten das Verzweungsverhältnis mit zunehmender Energie zugunsten der Neutronenemission ändern.

11. Fig. 5 zeigt den Wirkungsquerschnitt für den Prozeß:  $Al_{13}^{27} + \alpha \rightarrow P_{15}^{30} + n$  (vgl. Gleichung 2, Abschnitt 3). Er ist errechnet worden, um einen Vergleich mit der Protonenemission an Aluminium zu gestatten, wo eine Anregungskurve von Haxel<sup>1)</sup> vorliegt. Haxel verwandte für seine Kurve Al-Schichten von 1,2 cm Luftäquivalent, maß also eine Kurve, die

<sup>1)</sup> O. Haxel, ZS. f. Phys. **90**, 373, 1934.

zwischen der differentiierten und integrierten liegt. Neben unserer differentiierten Kurve ist zum Vergleich die Haxelsche Kurve (Fig. 5, Kurve 3) eingezeichnet. Außerdem haben wir unsere Kurve nach den Haxelschen Versuchsbedingungen gemittelt und diese gemittelte Kurve in Fig. 5 (Kurve 2) eingetragen. Unsere gemittelte Kurve und die von Haxel zeigen einige gemeinsamen Züge, wenn man die große Unsicherheit durch die Differentiation und eine gewisse Unbestimmtheit der geometrischen Verhältnisse, die

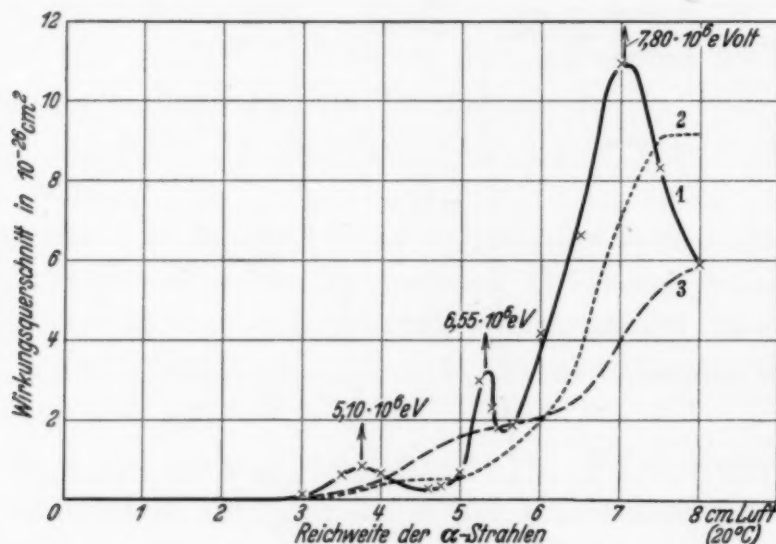
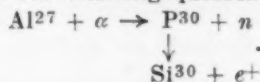


Fig. 5. Energieverlauf des Wirkungsquerschnitts für den Prozeß:



1. Positronanregungskurve (differential). 2. Mittelung von 1. zum Vergleich mit 3.  
3. Protonenanregungskurve von O. Haxel.

für den Absolutwert von Bedeutung sind, in Betracht zieht. Man sieht auch hier wieder ganz deutlich, daß sich das Verzweungsverhältnis bei zunehmender  $\alpha$ -Strahlenergie zugunsten der Neutronenemission ändert.

12. Eine gewisse Bestätigung für die Richtigkeit unseres Absolutwertes ergibt sich auch aus Wilsonkammeraufnahmen von Jäckel<sup>1)</sup>. Jäckel findet bei  $7,4 \cdot 10^6$  e-Volt, wenn wir nach unserer Anregungskurve eine Mittelung der Energie seiner  $\alpha$ -Strahler vornehmen, für  $q(E)$ , die Zahl der pro  $\alpha$ -Strahl erzeugten Neutronen,  $1,3 \cdot 10^{-6}$ , was mit unserem Wert  $2,2 \cdot 10^{-6}$  wegen der Ungenauigkeit in den geometrischen Beziehungen genügend übereinstimmt.

Das sei nur als Stütze angeführt, da wir unsere Ergebnisse jetzt mit denen von Ellis und Henderson vergleichen müssen. In Fig. 4 sind neben unseren Meßpunkten auch die von Ellis und Henderson eingetragen. Wir

<sup>1)</sup> R. Jäckel, ZS. f. Phys. **91**, 505, 1934.



haben einen Punkt willkürlich gleichgesetzt und die anderen Punkte angeschlossen. Dann kann man qualitativ von einer glänzenden Übereinstimmung der beiden Kurven sprechen. Quantitativ sind die Werte der englischen Forscher etwa um den Faktor 10 kleiner als die unsrigen. Wir können aber keineswegs, wie aus der Diskussion des Fehlers in Abschnitt 15 hervorgeht, genau für unseren Wert garantieren; die Fehlergrenze beträgt immerhin gut 50%. Auch Alichanow, Alichanian und Dželepov<sup>1)</sup> finden denselben Kurvenverlauf und eine Übereinstimmung des Absolutwertes mit Ellis und Henderson. Andererseits fanden Curie und Joliot für ungeschützte Po  $\alpha$ -Strahlen die Bildungswahrscheinlichkeit aktiver  $P^{30}$ -Kerne von der Größenordnung  $10^{-6}$ . Unsere Ausbeutebestimmung läge genau zwischen den Angaben von Curie und Joliot einerseits und von Ellis und Henderson und Alichanow und Mitarbeitern andererseits.

Vergleichen wir bei der Energie der Po-Strahlung unseren Wert  $q(E) = 1 \cdot 10^{-7}$  mit dem Wert  $1,4 \cdot 10^{-7}$  von Chadwick und Constable<sup>2)</sup> für die Protonenemission, so ergibt sich für das Verhältnis Proton/Positron 1,4 in (nach dem über den Fehler Gesagten) vielleicht hinreichender Übereinstimmung zu dem Meitnerschen<sup>3)</sup> Wert 3 bis 4, der durch Auszählen in der Wilson-Kammer gewonnen wurde.

*Stickstoff.* 13. Es handelt sich um den Prozeß:  $N_7^{14} + \alpha \rightarrow F_9^{17} + n$ ;  $F_9^{17} \rightarrow O_8^{17} + e^+$ . Als Halbwertszeit wurde von Wertenstein<sup>4)</sup> 1,2 Minuten, von Ellis und Henderson<sup>5)</sup>  $1,1 \pm 0,1$  Minuten, von Haxel<sup>6)</sup>  $1,25 \pm 0,1$  Minuten angegeben. Unsere Untersuchungen stimmten mit diesen Werten gut überein.

14. Die Bestimmung der Anregungskurve hat in diesem Falle ein besonderes Interesse, da, obwohl die Potentialschwelle für Stickstoff sehr niedrig ist, eine Aktivität doch erst bei großen Energien der natürlichen  $\alpha$ -Strahlen gefunden werden konnte. Die Untersuchungen wurden mit Cyanpulver  $[(CN)_x]$  ausgeführt. Fig. 6 zeigt die Anregungskurve. Da bei 3,5 cm Luftreichweite der  $\alpha$ -Strahlen von ThB + C ausgehend noch eine geringe Aktivität vorhanden zu sein schien (vgl. Fig. 6a) wurde zur Kontrolle mit einem starken Po-Präparat (30 mg Aktivität) bei einer Reichweite von 3,5 cm Luft eine Reihe von 16 Bestrahlungen vorgenommen und anschließend jedesmal 5 Minuten gemessen. Ein Effekt konnte nicht gefunden

<sup>1)</sup> A. J. Alichanow, A. J. Alichanian u. B. S. Dželepov, l. c. —

<sup>2)</sup> J. Chadwick u. J. E. R. Constable, Proc. Roy. Soc. (A) **135**, 48, 1932.

— <sup>3)</sup> L. Meitner, Naturwissensch. **22**, 388, 1934. — <sup>4)</sup> L. Wertenstein,

Nature **133**, 564, 1934. — <sup>5)</sup> C. D. Ellis u. W. J. Henderson, l. c. —

<sup>6)</sup> O. Haxel, ZS. f. Phys. **93**, 400, 1935.

werden. Daher findet man bis zu 3,5 cm  $\alpha$ -Strahlenreichweite keine  $F^{17}$ -Aktivität. Fig. 6a zeigt, daß die Anregungskurve nicht oberhalb 4 cm die Abszisse schneidet; der Beginn einer Zertrümmerbarkeit des Stickstoffs in

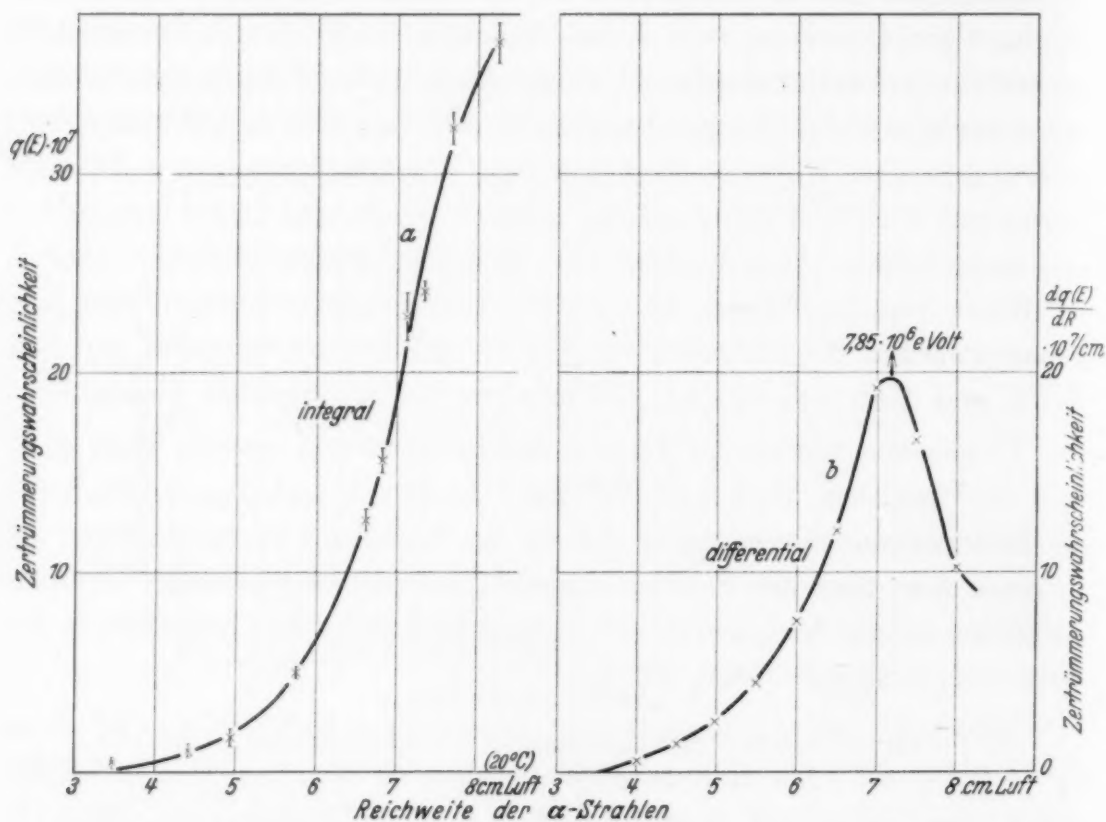


Fig. 6. Zertrümmerungswahrscheinlichkeit von  $\alpha$ -Teilchen verschiedener Reichweite für  $F^{17}$ . I mittlerer Fehler.

$F^{17}$  liegt also zwischen 3,5 und 4 cm Luftreichweite. Haxel findet neuerdings den Schnittpunkt der Positronenanregungskurve mit der Abszisse bei 4,5 cm Luftreichweite. Seine Anregungskurve hat im übrigen große Ähnlichkeit mit der unsrigen.

Wie kann man die Differentialkurve 6b verstehen? Wir haben hier ein gutes Analogon zum Borprozeß (Abschnitt 5). Dort nahm die Neutronenemission zu, während die viel häufigere Protonenemission konstant blieb; hier nimmt, wie Haxel gezeigt hat, die Neutronenemission in dem Maße mit der Energie zu, wie die Protonenemission abnimmt.

15. Von Interesse ist ein Ausbeutevergleich der Strahlungen von verschiedenen Atomkernen. Al und N wurden unter gleichen geometrischen Verhältnissen mit  $ThB + C\alpha$ -Strahlen (8,23 cm Luftreichweite) bis zur Sättigung bestrahlt. Für die Stickstoffuntersuchungen wurde dabei einmal Cyanpulver, zum anderen einfach Blei und Silicium bestrahlt, da schon

Wertenstein<sup>1)</sup> den  $F^{17}$  bei Bestrahlung jeder Materie in Luftatmosphäre gefunden hatte.  $N_0$ , die Zahl der zur Zeit  $t = 0$  nach der Bestrahlung anwesenden radioaktiven Atomkerne, erhielten wir durch eine anschließend an die Bestrahlung vorgenommene Messung über vier Halbwertszeiten und einer Korrektur auf  $t = 0$  nach der Bestrahlung. Es ergaben sich folgende Werte:

für  $P^{30}$  (bestrahltes Aluminium): 4080,

für  $F^{17}$  (bestrahltes Cyan): 780,

für  $F^{17}$  (bestrahltes Pb und Si): 540.

Die beiden oben zuletzt angegebenen Zahlen klären die Frage, woher der Stickstoff, dessen Zertrümmerungsprodukt  $F^{17}$  die Aktivität erzeugt, im wesentlichen stammt. Eine Adsorption von Stickstoff kann nicht angenommen werden, da man aus obigen Zahlen dazu eine unmöglich dicke Schichtdicke voraussetzen hätte. Für die Aktivität hat man zweifellos den Stickstoff der Luft verantwortlich zu machen. Durch radioaktiven Rückstoß können die  $F^{17}$ -Kerne in die bestrahlte Unterlage — bei uns Blei und Silicium — hineingeschossen und dort festgehalten werden, so daß die Aktivität nach dem Transport der Unterlage unter den Zähler dort nachweisbar ist. Die in Fig. 6a angegebenen Zertrümmerungswahrscheinlichkeiten wurden aus obiger Vergleichsmessung von Al und Cyan berechnet. Das ist nicht streng, gibt aber wohl eine hinreichende Näherung.

Es wurde weiterhin ein Ausbeutevergleich der Aktivitäten der Zertrümmerungsprodukte von Al, B und Mg vorgenommen. Bestrahlt wurde mit ungeschützten  $Po \alpha$ -Strahlen bis zur Sättigung. Die geometrischen Verhältnisse waren wieder die gleichen. Nach Extrapolation auf  $t = 0$  nach der Bestrahlung wurde aus den Abfallskurven erhalten:

	$n_{\alpha} \cdot q(E) = dN_0/dt$	Nach Korrektion wegen der Absorption im 100 $\mu$ Al-Fenster
Al . . . . .	97	106
B . . . . .	71	93
Mg . . . . .	13	14

Das macht für das Verhältnis  $q(E)_{Al}/q(E)_B = 1,4$ ; während aus den Anregungskurven bei direkter Errechnung der Zertrümmerungswahrscheinlichkeiten:  $q(E)_{Al}/q(E)_B = 0,77$  folgt. Der Vergleich dieser beiden Zahlen gibt wohl am besten die Größenordnung des Fehlers für die absolute Ausbeute.

<sup>1)</sup> L. Wertenstein, Nature **133**, 564, 1934.

*Zusammenfassung.*

1. Es wurden folgende Halbwertszeiten gemessen:

$N^{18}$ :  $10,73 \pm 0,15$  Minuten,

$P^{30}$ :  $2,89 \pm 0,14$  „

$F^{17}$ :  $1,1 - 1,2$  „

2. Ein Vergleich der Anregungskurven der Positronenemission mit der der Protonenemission zeigt allgemein, daß sich das Verzweigungsverhältnis von Neutronenweg zu Protonenweg mit zunehmender Energie zugunsten der Neutronenemission (= Positronenemission) ändert.

3. Es konnte gezeigt werden, daß, wie zu erwarten war, die Resonanzniveaus für  $\alpha$ -Strahlen bei der Neutronenemission die gleichen wie bei der Protonenemission sind.

4. Ein Vergleich mit der Curie-Joliotischen Anregungskurve der Borneutronen macht es wahrscheinlich, daß die Neutronen beim Borprozeß allein vom  $B^{10}$  kommen.

5. Beim Stickstoffprozeß wurde der Beginn der Radioaktivität zwischen 3,5 und 4 cm Luftreichweite der  $\alpha$ -Strahlen gefunden.

6. Die  $F^{17}$ -Aktivität, die man bei Bestrahlung jeder Materie in Luftatmosphäre mit energiereichen  $\alpha$ -Strahlen findet, ist durch den Stickstoff der Luft verursacht und kommt durch radioaktiven Rückstoß in die Materie.

7. Bei 8 cm Luftreichweite der  $\alpha$ -Strahlen beträgt das Verhältnis der Absolutausbeuten (Zertrümmerungswahrscheinlichkeit für ein  $\alpha$ -Teilchen) von B: N: Al = 7,5: 35: 70. Für jede andere Energie ist das Verhältnis aus den Figuren der vorliegenden Arbeit zu entnehmen.

Zu danken habe ich Frau Prof. Dr. L. Meitner für die Anregung zu dieser Arbeit und ihre weitestgehende Förderung, Herrn Dr. M. Delbrück für viele wertvollen Diskussionen, der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft für die Verleihung eines Forschungsstipendiums.



## Über die kontinuierliche Absorption bei den Alkalien.

Von Alfred Thoma in Berlin.

Mit 21 Abbildungen. (Eingegangen am 7. März 1935.)

1. Einleitung. — 2. Ableitung der benutzten Formeln. — 3. Die kontinuierlichen Eigenfunktionen. — 4. Die diskreten Eigenfunktionen. — 5. Die Polarisationsmatrixelemente. — 6. Numerische Auswertung: I. Die berechneten Eigenfunktionen. — II. Die Absorptionskoeffizienten. — 7. Diskussion der Resultate.

### 1. Einleitung.

Die Arbeit beschäftigt sich damit, den Extinktionskoeffizienten der kontinuierlichen Absorption für die Alkalien auf Grund der Wellenmechanik zu berechnen. Das Problem hat nicht nur für die reine Atomphysik, sondern vor allem für die Astrophysik, speziell beim Strahlungsgleichgewicht der Fixsterne, große Bedeutung. Bei der Berechnung der kontinuierlichen Absorption wird vorausgesetzt, daß die Atmosphäre des Sternes nur aus einem Element, z. B. Lithium oder Natrium usw., besteht. In der Literatur<sup>1)</sup> wird die kontinuierliche Absorption durch die teilweise ionisierten Metalle in den Sternatmosphären späterer Spektraltypen (*F—M*) meistens unter der Annahme berechnet, daß das Elektron in einem Coulomb-Feld der Kernladung 1 springt. Dabei entstehen große Abweichungen gegenüber den Beobachtungen, was den Absolutwert und die Abhängigkeit des Absorptionskoeffizienten von der Wellenlänge betrifft. Bei der Berechnung des Absorptionskoeffizienten muß man unbedingt den nicht-Coulombschen Charakter der Atomfelder der betreffenden Elemente berücksichtigen. Dem wird die Arbeit dadurch gerecht, daß als Atomfelder die Hartreeschen Atomfelder verwandt werden. Hartree<sup>2)</sup> hat für Atome mit vielen Elektronen eine Methode ausgearbeitet, die für jedes Elektron die Annahme eines Zentralfeldes macht<sup>3)</sup>. Genauer handelt es sich um folgendes: Hartree gibt für jedes Elektron ein Potential an. Dieses Potential entspricht dem Kern und der ganzen Dichte der Elektronen abzüglich der Ladungsdichte des betrachteten Elektrons, die über alle möglichen Orientierungen gemittelt ist. Aus einem durch die Beiträge der einzelnen Elektronengruppen gegebenen Feld kann er das Potential für jedes Elektron bestimmen. Für jedes

<sup>1)</sup> A. Pannekoek, Monthl. Not. **91**, 162ff., 1930. — <sup>2)</sup> D. R. Hartree, Proc. Cambr. Phil. Soc. **24**, 89, 111, 1928. — <sup>3)</sup> F. Hund, Handb. d. Phys. XXIV/1, Kap. 4.

Tabelle 1. Das Atomfeld für Lithium<sup>1)</sup>.

$q$	$B$	$q$	$B$	$q$	$B$
0,0	6,00	0,6	2,93	1,4	2,18
0,1	4,98	0,7	2,75	1,6	2,11
0,2	4,32	0,8	2,62	1,8	2,06
0,3	3,86	0,9	2,51	2,0	2,03
0,4	3,46	1,0	2,42		
0,5	3,16	1,2	2,29		

Tabelle 2. Das Atomfeld für Natrium<sup>2)</sup>.

$q$	$B$	$q$	$B$	$q$	$B$
0,0	22,00	0,6	6,50	1,4	2,28
0,1	17,30	0,7	5,30	1,6	2,16
0,2	14,20	0,8	4,40	1,8	2,08
0,3	11,78	0,9	3,64	2,0	2,04
0,4	9,80	1,0	3,10	2,4	2,012
0,5	7,90	1,2	2,56	3,2	2,004

Tabelle 3. Das Atomfeld für Kalium<sup>3)</sup>.

$q$	$B$	$q$	$B$	$q$	$B$
0,000	38,00	0,22	20,14	1,4	3,994
0,005	37,26	0,24	19,22	1,6	3,300
0,010	36,54	0,26	18,375	1,8	2,839
0,015	35,83	0,28	17,60	2,0	2,539
0,020	35,15	0,30	16,89	2,2	2,344
0,03	33,87	0,35	15,35	2,4	2,217
0,04	32,69	0,40	14,11	2,6	2,137
0,05	31,62	0,45	13,07	2,8	2,089
0,06	30,63	0,50	12,19	3,0	2,055
0,07	29,72	0,55	11,41	3,2	2,035
0,08	28,87	0,60	10,71	3,4	2,022
0,10	27,30	0,7	9,44	3,6	2,014
0,12	25,88	0,8	8,32	3,8	2,009
0,14	24,57	0,9	7,32	4,0	2,006
1,16	23,34	1,0	6,43	4,5	2,002
0,18	22,19	1,1	5,67	5,0	2,0005
0,20	21,13	1,2	5,01		

dieser Potentiale löst er nun die Schrödinger-Gleichung und erhält durch Bestimmung der Ladungsverteilung aus den Lösungen ein neues Feld für

<sup>1)</sup> B. Trumphy, ZS. f. Phys. **61**, 806, 1930. Das Feld ist dort falsch angegeben, denn nach B. Trumphy, ebenda **54**, 372, 1929 ist  $B \sim 2$  für  $q > 1,5$ . Es steht dort schon  $2Z_p$ . — <sup>2)</sup> B. Trumphy, ebenda **61**, 57, 1930. Hier sind bereits die ursprünglichen Hartree-Felder in der Nähe von  $q = 0$  korrigiert. — <sup>3)</sup> Die Atomfelder von K, Rb, Cs wurden mir freundlicherweise von Herrn Hartree zugesandt.

Tabelle 4. Das Atomfeld für Rubidium<sup>1)</sup>.

$q$	$B$	$q$	$B$	$q$	$B$
0,000	74,00	0,12	46,34	1,0	8,28
0,005	72,13	0,14	43,50	1,2	6,56
0,010	70,36	0,16	40,97	1,4	5,24
0,015	68,69	0,18	38,69	1,6	4,26
0,020	67,11	0,20	36,60	1,8	3,55
0,025	65,63	0,25	32,02	2,0	3,05
0,030	64,23	0,30	28,10	2,2	2,70
0,035	62,92	0,35	24,70	2,4	2,47
0,040	61,67	0,40	21,80	2,6	2,31
0,05	59,32	0,45	19,37	2,8	2,20
0,06	57,13	0,50	17,36	3,0	2,13
0,07	55,06	0,6	14,32	3,5	2,045
0,08	53,12	0,7	12,20	4,0	2,015
0,09	51,28	0,8	10,62	4,5	2,005
0,10	49,54	0,9	9,35	5,0	2,000

Tabelle 5. Das Atomfeld für Cäsium<sup>1)</sup>.

$q$	$B$	$q$	$B$	$q$	$B$
0,000	110,00	0,24	45,72	1,3	7,20
0,005	106,82	0,26	43,435	1,4	6,50
0,010	103,83	0,28	41,31	1,5	5,885
0,015	101,09	0,30	39,385	1,6	4,866
0,020	98,56	0,32	37,64	1,8	4,088
0,025	96,21	0,34	36,03	2,0	3,504
0,030	94,00	0,36	34,55	2,2	3,073
0,035	91,89	0,38	31,865	2,4	2,759
0,040	89,87	0,40	28,885	2,6	2,533
0,05	86,05	0,45	26,21	2,8	2,373
0,06	82,50	0,50	23,79	3,0	2,259
0,07	79,21	0,55	21,60	3,2	2,179
0,08	76,17	0,60	19,66	3,4	2,124
0,09	73,35	0,65	17,94	3,6	2,084
0,10	70,73	0,70	16,44	3,8	2,057
0,12	67,99	0,75	15,13	4,0	2,022
0,14	61,775	0,80	12,98	4,5	2,008
0,16	57,955	0,9	11,33	5,0	2,003
0,18	54,47	1,0	10,01	5,5	2,001
0,20	51,295	1,1	8,93	6,0	2,000
0,22	48,405	1,2	8,00		

das ganze Atom. Hartree nennt das Feld ein „selfconsistent field“<sup>2)</sup>, wenn es mit dem Ausgangspotential übereinstimmt.

<sup>1)</sup> Siehe Anmerkung 3 auf S. 622. — <sup>2)</sup> L. Brillouin, La méthode du champ self-consistent, Act. scient. et ind. **71**, Exposés sur la théorie des quants, III, Paris, 1933.

Im folgenden sollen die Atomfelder, die bei der Berechnung der Eigenfunktionen benutzt wurden, angegeben werden. Die Tabellen geben  $2Z_p = B$  in Abhängigkeit von  $\varrho$ , wobei

$$\varrho = \frac{r}{a_H}; \quad a_H = \frac{h^2}{4\pi^2 m e^2} \quad (1)$$

ist.  $Z_p/\varrho$  ist also das zum Radius  $\varrho$  gehörige Potential. Man rechnet  $2Z_p = B$ , da diese Größe in die radiale Wellengleichung

$$\frac{d^2 R}{d\varrho^2} + \left( A + \frac{B}{\varrho} + \frac{C}{\varrho^2} \right) R = 0^1) \quad (2)$$

eingeht.

## 2. Die Ableitung der benutzten Formeln.

Der atomare Absorptionskoeffizient<sup>2)</sup> ist gegeben durch

$$\tau_a = \frac{B_E^n \cdot h \nu}{c} \quad (1)$$

oder

$$\tau_a = \frac{c^2}{8\pi \nu^2} A_n^E. \quad (2)$$

Die beiden Ausdrücke gehen mit Hilfe der Einsteinschen Beziehung

$$B_E^n = \frac{c^3}{8\pi h \cdot \nu^3} \cdot A_n^E \quad (3)$$

auseinander hervor. Dabei bedeuten  $A$  und  $B$  die über  $l$  und  $m$  summierten Übergangswahrscheinlichkeiten von einem diskreten Zustand mit der Hauptquantenzahl  $n$  nach einem kontinuierlichen Zustand mit der Energie  $E$ .  $h$  ist die Plancksche Konstante,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit,  $\varepsilon$  das elektrische Elementarquantum,  $l, m$  bzw.  $l', m'$  sind die Nebenquantenzahl und magnetische Quantenzahl des kontinuierlichen bzw. diskreten Zustandes. Die Übergangswahrscheinlichkeit der spontanen Emission<sup>3)</sup> ist gegeben durch

$$\begin{aligned} A_{n, l'}^E &= \sum_{m'} A_{n, l', m'}^E = \sum_{m'} \sum_l \sum_m A_{n, l', m'}^{E, l, m} \\ &= \frac{64 \pi^4 \varepsilon^2 \nu^3}{3 c^3 h} \cdot \{ l' (|x|^2 + |y|^2 + |z|^2)_{n, l'}^{E, l' - 1} \\ &\quad + (l' + 1) (|x|^2 + |y|^2 + |z|^2)_{n, l'}^{E, l' + 1} \}. \end{aligned} \quad (4)$$

<sup>1)</sup>  $R$  ist der Radialteil der Eigenfunktion;  $A = \frac{E}{R h}$ ;  $C = -l(l+1)$ ;  $r$  ist die radiale Polarkoordinate. — <sup>2)</sup> M. Stobbe, Ann. d. Phys. (5) 7, 689, 1930. — <sup>3)</sup> M. Stobbe, ebenda (5) 7, 678, 1930.



Dabei ist

$$(|x|^2 + |y|^2 + |z|^2)_{n,l'}^{E,l} = C^2(E,l)_{n,l'}, \quad (5)$$

das über  $m$  und  $m'$  summierte quadratische Matrixelement, das dem Übergang  $(E, l, m) \rightarrow (n, l', m')$  entspricht.  $\tilde{l}^{(1)}$  ist immer die größere der beiden Zahlen  $l$  und  $l'$ . Damit ergibt sich für  $\tau_a$  folgender Ausdruck:

$$\tau_a = \frac{8\pi^3 \varepsilon^2 \nu}{3hc} \cdot \sum_l \tilde{l} (|x|^2 + |y|^2 + |z|^2)_{n,l'}^{E,l}. \quad (6)$$

$$\tau_a = \frac{8\pi^3 \varepsilon^2 \nu}{3hc} \cdot \sum_l \tilde{l} \cdot C^2(E,l)_{n,l'}. \quad (7)$$

Es soll aber der gesamte kontinuierliche Absorptionskoeffizient bestimmt werden. Zu diesem Zwecke ist über alle möglichen Werte  $n$  zu summieren. Ferner ist jedes Matrixelement mit dem Boltzmann-Faktor

$$\frac{e^{-\frac{E_n}{kT}}}{Z_s}$$

zu multiplizieren, der die Zahl der Atome im  $n$ -ten Quantenzustand pro Zahl sämtlicher Atome ( $Z_s$ ) bestimmt.  $E_n$  ist die Energie des  $n$ -ten Quantenzustandes. Die Matrixelemente werden aber nur bis zu einem bestimmten  $n$  explizit berechnet ( $n = n^*$ ). (Bei Li für  $n = 2, n = 3$ ; bei Na für  $n = 3, n = 4$ ; bei K für  $n = 4, n = 5$ ; bei Rb für  $n = 5, n = 6$ ; bei Cs für  $n = 6, n = 7$ .) Sämtliche höheren Zustände mit  $n > n^*$  werden mit Hilfe einer Formel von Kramers<sup>2)</sup> wasserstoffähnlich abgeschätzt. Diese Formel<sup>3)</sup> gibt für Wasserstoff den Absorptionskoeffizienten pro Atom:

$$a_n = \frac{1}{n^2} \cdot \frac{64\pi^4}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{m \varepsilon^{10}}{c \cdot h^6 n^3 r^3}. \quad (8)$$

Dabei ist  $m$  die Masse eines Elektrons. Dieser Ausdruck wird noch mit dem Boltzmann-Faktor

$$n^2 \cdot \frac{e^{x_n}}{Z_s}$$

multipliziert, der die Zahl der Atome im  $n$ -ten Quantenzustand pro Zahl sämtlicher Atome angibt. Dabei ist  $Z_s$  die Zahl sämtlicher Atome. Ferner ist

$$x_n = \frac{R \cdot h \cdot c \cdot Z^2}{kT \cdot n^2}. \quad (9)$$

<sup>1)</sup> Y. Sugiura, Journ. de phys. **8**, 114, 1927. — <sup>2)</sup> H. A. Kramers, Phil. Mag. **46**, 836, 1923 und A. W. Maue, Ann. d. Phys. (5) **13**, 161, 1932. — <sup>3)</sup> Die Anregung zu dieser Abschätzung der höheren Zustände verdanke ich einer Mitteilung von Herrn Prof. A. Unsöld, Kiel.

Mit der Abkürzung

$$K(\nu) = \frac{64 \pi^4}{3 \sqrt{3}} \cdot \frac{m \cdot \varepsilon^{10}}{c h^6 \nu^3 \cdot Z_s} \quad (10)$$

ergibt sich

$$a_n = K(\nu) \cdot \frac{1}{n^3} e^{x_n}. \quad (11)$$

Dieser Ausdruck ist über sämtliche noch vorhandenen höheren Quantenzustände ( $n > n^*$ ) zu summieren.

$$a = \sum_{n > n^*} a_n = K(\nu) \sum_{n > n^*} \frac{1}{n^3} e^{x_n}. \quad (12)$$

Die Summe wird nun durch ein Integral approximiert.

$$\sum \frac{\Delta n}{n^3} e^{x_n} \rightarrow -\frac{1}{2} \int e^{x_n} \cdot d\left(\frac{1}{n^2}\right) = -\frac{1}{2 x_1} \int e^{x_n} d x_n. \quad (13)$$

Da nur der kontinuierliche Absorptionskoeffizient berechnet wird, ist die Integration bis zur oberen Grenze Null zu erstrecken. Würde auch der kontinuierlich-kontinuierliche Absorptionskoeffizient dazu kommen, so müßte die Integration bis zur oberen Grenze  $\infty$  erstreckt werden.

$$a = -\frac{1}{2 x_1} \int_{x_f}^0 e^{x_n} d x_n \cdot K(\nu), \quad (14)$$

$$a = K(\nu) \cdot \frac{e^{x_f} - 1}{2 x_1}. \quad (15)$$

Dabei entspricht  $x_f$  der Energie des ersten Quantenzustandes ( $n > n^*$ ), der nicht mehr quantenmechanisch berücksichtigt ist. Es ergibt sich somit als endgültige Formel für den kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten die Summe aus den beiden Ausdrücken  $\tau_a$  und  $a$ .

$$\tau = \frac{8 \pi^3 \varepsilon^2 \nu}{3 h c Z_s} \cdot \sum_{n=n_g}^{n^*} \sum_l \tilde{l} \cdot e^{-\frac{E_n}{k T}} \cdot C^{(E, l)}_{(n, l')} + \frac{32 \pi^4}{3 \sqrt{3}} \cdot \frac{m \varepsilon^{10}}{c h^6 \nu^3} \cdot \frac{e^{x_f} - 1}{x_1 \cdot Z_s} {}^1). \quad (16)$$

Mit Hilfe dieser Formel werden die numerischen Werte errechnet.  $\tau$  ist eine Funktion von  $\nu$  und  $T$ .

$$\tau = \tau(\nu, T).$$

<sup>1)</sup>  $n_g$  ist die Hauptquantenzahl des Grundzustandes.

## 3. Die kontinuierlichen Eigenfunktionen.

Für das Kontinuum werden durchgehend Wasserstoffeigenfunktionen benutzt. Für diese Eigenfunktionen ergibt sich allgemein folgender Ausdruck<sup>1)</sup>:

$$U_l(E, \varrho) = \frac{i \psi_l(E) \varrho^l}{2} \int_{-i\sqrt{E}}^{i\sqrt{E}} e^{z\varrho} (z - i\sqrt{E})^{l - \frac{iB}{2\sqrt{E}}} (z + i\sqrt{E})^{l + \frac{iB}{2\sqrt{E}}} dz.$$

Der Normierungsfaktor ist nach Fues gegeben durch den Ausdruck<sup>2)</sup>:

$$\Psi^2(E) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{e^{\frac{3\pi B}{2\sqrt{E}}}}{(2\sqrt{E})^{2l+1}} \cdot \frac{\prod_{t=0}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{4E}{B^2}(t+l+1)^2}\right)}{(\Gamma(l+1))^2}.$$

Dieser Ausdruck läßt sich mit Hilfe der Wallisschen Produktdarstellung des  $\sin x$  in folgenden umformen<sup>3) 4)</sup>:

$$\Psi^2(E) = \frac{e^{\frac{2\pi B}{\sqrt{E}}} \left(1 - e^{-\frac{\pi B}{\sqrt{E}}}\right)}{\pi^2 B (2\sqrt{E})^{2l} \prod_{n=1}^l \left(1 + \frac{B^2}{4En^2}\right)} \cdot \frac{1}{(l!)^2}.$$

## 4. Die diskreten Eigenfunktionen.

Die Schrödinger-Gleichung heißt nach Abspaltung der Kugelfunktionen:

$$\frac{d^2 R}{d\varrho^2} + \left(A + \frac{B}{\varrho} + \frac{C}{\varrho^2}\right) R = 0. \quad (1)$$

Die Konstanten haben dabei folgende Bedeutung:

$$\begin{aligned} \varrho &= \frac{r}{a_H}; & a_H &= \frac{h^2}{4\pi^2 m e^2}, \\ A &= \frac{E}{R h}; & C &= -k(k-1) = -l(l+1). \\ B &= \frac{2Q}{\varrho} & (Q \text{ ist das Atomfeld}). \end{aligned}$$

$B$  ist jetzt durch das Hartree-Feld<sup>5)</sup> bestimmt. Die Integration der Gleichung (1) geschieht numerisch auf folgende Weise<sup>6)</sup>. Man geht mit experi-

<sup>1)</sup> E. Fues, Ann. d. Phys. (4) **81**, 288, 1926. — <sup>2)</sup> E. Fues, ebenda (4) **81**, 303, 1926. — <sup>3)</sup> B. Trumphy, ZS. f. Phys. **54**, 376, 1929; W. Gordon, Ann. d. Phys. (5) **13**, 1050, 1932. — <sup>4)</sup>  $B = \frac{2Q}{\varrho} = 2$  dauernd, da wasserstoffähnlich gerechnet ist.  $Q$  ist das Atomfeld. — <sup>5)</sup> Siehe Abschnitt 1. — <sup>6)</sup> B. Trumphy, ZS. f. Phys. **57**, 791, 1929.

mentellen Eigenwerten<sup>1)</sup> in die Schrödinger-Gleichung ein und löst sie für große Radien. Dann wird eine genaue Integration nach kleineren Radien hin vorgenommen. Führt man in Gleichung (1)

$$x = 2\sqrt{-A}\varrho$$

ein, so erhält (1) folgende Gestalt:

$$\frac{d^2 R}{d x^2} + \left( -\frac{1}{4} + \frac{B}{2\sqrt{-A}x} + \frac{C}{x^2} \right) R = 0. \quad (2)$$

Setzt man noch

$$\mu^2 = \frac{1}{4} - C; \quad \kappa = \frac{B}{2\sqrt{-A}},$$

so ergibt sich folgende Gleichung:

$$\frac{d^2 R}{d x^2} + \left( -\frac{1}{4} + \frac{\kappa}{x} + \frac{\frac{1}{4} - \mu^2}{x^2} \right) R = 0. \quad (3)$$

Diese Gleichung hat in großem Abstand vom Kern folgende Lösung<sup>2)</sup>:

$$R_{\kappa, \mu} \sim e^{-1/2 x} x^{\kappa} \cdot \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\{\mu^2 - (\kappa - \frac{1}{2})^2\} \{\mu^2 - (\kappa - \frac{3}{2})^2\} \dots \{\mu^2 - (\kappa - n + \frac{1}{2})^2\}}{n! x^n} \right]. \quad (4)$$

Von dieser Lösung wird ausgegangen. Mit Hilfe einer numerischen Integrationsmethode von Störmer<sup>3)</sup> wird dann nach kleineren Werten von  $\varrho$  integriert. Das  $\varrho$  wird in Intervalle  $\Delta\varrho$  geteilt. Für fünf je um  $\Delta\varrho$  auseinanderliegende Werte von  $\varrho$  werden mit Hilfe der Lösung (4) fünf Werte von  $R$  bestimmt. Dann wird definiert:

$$\begin{aligned} \Delta R_k &= R_{k+1} - R_k, \\ \Delta^2 R_k &= \Delta R_{k+1} - \Delta R_k. \end{aligned}$$

Weiterhin sei:

$$\begin{aligned} \xi_k &= R_k'' \cdot (\Delta\varrho)^2, \\ \Delta \xi_k &= \xi_{k+1} - \xi_k, \\ \Delta^2 \xi_k &= \Delta \xi_{k+1} - \Delta \xi_k, \\ \Delta^3 \xi_k &= \Delta^2 \xi_{k+1} - \Delta^2 \xi_k, \\ \Delta^4 \xi_k &= \Delta^3 \xi_{k+1} - \Delta^3 \xi_k. \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> W. Grotrian, Graphische Darstellung der Spektren von Atomen mit 1, 2 und 3 Valenzelektronen, Berlin 1928. — <sup>2)</sup> Whittaker and Watson, Modern Analysis, Kap. 16, S. 337. — <sup>3)</sup> C. Störmer, Compt. rend. du congr. int. (math.) Straßburg, 1920.



Nach der Differentialgleichung (1) läßt sich  $\xi_n$  bestimmen. Es ist

$$\xi_n = -\left(A + \frac{B}{\varrho} + \frac{C}{\varrho^2}\right) R_n \cdot (\Delta \varrho)^2.$$

Die  $\Delta \xi$ ,  $\Delta^2 \xi$ ,  $\Delta^3 \xi$  und  $\Delta^4 \xi$  lassen sich so finden. Das nächste, also das sechste  $R$ , findet man mit Hilfe der charakteristischen Gleichung dieser Methode:

$$\Delta^2 R_{n-1} = \xi_n + \frac{1}{12} [\Delta^2 \xi_{n-2} + \Delta^3 \xi_{n-3} + \frac{19}{20} \Delta^4 \xi_n].$$

Auf diese Weise geht es bis zu dem Wert  $\varrho$ , für den nach den Tabellen in 1.  $B$  eine variable Größe wird. Die Integration wird fortgesetzt bis zu  $\varrho = 0$ . Damit ist *numerisch* die unnormierte diskrete Eigenfunktion gefunden. Diese Eigenfunktion wird nun durch einen analytischen Ausdruck approximiert. Das geschieht deshalb, um die Matrixelemente analytisch ausrechnen zu können. Dieser analytische Ausdruck hat folgende Gestalt:

$$f = \frac{\varrho^{l+1}}{N_{R_{n_l}}} e^{-\sqrt{A_{n_l}} \varrho} \cdot Q_{(n+l)}^{(2l+1)} (2\sqrt{A_{n_l}} \varrho).$$

$Q_{(n+l)}^{(2l+1)}$  ist die  $(2l+1)$ -te Ableitung des  $(n+l)$ -ten Laguerre-Polynoms<sup>1)</sup>. Hier werden aber nur Polynome verwendet, die eine dem Laguerre-Polynom ähnliche Gestalt besitzen. Durch Variation der Konstanten  $A_{n_l}$  wird das Hauptmaximum der Eigenfunktion bestimmt. Die Konstanten im Polynom werden durch die Nullstellen der Eigenfunktion festgelegt.  $N_{R_{n_l}}$  ist ein Normierungsfaktor, der sich auf folgende Weise bestimmt. Setzt man

$$f = \frac{1}{N_{R_{n_l}}} \cdot F(\varrho),$$

so gilt:

$$\frac{1}{N_{R_{n_l}}^2} \cdot a_H^3 \int_0^\infty d\varrho F^2(\varrho) = 1,$$

$$\int_0^\infty d\varrho F^2(\varrho) = \frac{N_{R_{n_l}}^2}{a_H^3} = \frac{1}{a_H^3 N_r^2}.$$

Das Laguerre-Polynom  $p$ -ten Grades ist gegeben durch<sup>2)</sup>:

$$L_p(\varrho) = (-1)^p \left( \varrho^p - \frac{p^2}{1!} \varrho^{p-1} + \frac{p^2(p-1)^2}{2!} \varrho^{p-2} + \dots + (-1)^p p! \right).$$

<sup>1)</sup> A. Sommerfeld, Wellenmech. Erg., S. 75, Braunschweig, 1930. (Wird jetzt immer als A. Sommerfeld, II, zitiert.) — <sup>2)</sup> A. Sommerfeld, II, S. 83.

### 5. Die diskret-kontinuierlichen Polarisationsmatrixelemente.

Die Grundlage für alle Überlegungen dieses Abschnitts bilden die Übergangswahrscheinlichkeiten eines wasserstoffähnlichen Systems von einem zum diskreten nach einem zum kontinuierlichen Teil des Eigenwertspektrums gehörenden Zustand.

Als Eigenfunktionen des kontinuierlichen Zustandes<sup>1)</sup> werden durchweg die Wasserstoffeigenfunktionen benutzt. Sie lauten in Polarkoordinaten

$$\begin{aligned}x + i y &= r \sin \vartheta e^{i \varphi}, \\z &= r \cos \vartheta\end{aligned}$$

für einen  $Z$ -fach geladenen Kern:

$$\begin{aligned}\Psi_{E, l', m'}(r, \vartheta, \varphi) &= N_r' N_{\vartheta}' N_{\varphi}' P_l'^{|m'|} (\cos \vartheta) e^{i m' \varphi} \\&\cdot \frac{i Q^{l'}}{2} \int_{-i \sqrt{E}}^{i \sqrt{E}} e^{z \varphi} (z - i \sqrt{E})^{l' - \frac{i B}{2 \sqrt{E}}} (z + i \sqrt{E})^{l' + \frac{i B}{2 \sqrt{E}}} dz.\end{aligned}$$

Die Normierungsfaktoren der Kugelfunktionen sind für die diskreten und kontinuierlichen Eigenfunktionen dieselben<sup>2)</sup>. Es ist

$$\begin{aligned}N_{\vartheta} &= \sqrt{\frac{(2l+1) \cdot (l-m)!}{2 \cdot (l+m)!}}, \\N_{\varphi} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}.\end{aligned}$$

Die Eigenfunktionen des diskreten Zustandes<sup>3)</sup> lauten:

$$\Psi_{n, l, m}(r, \vartheta, \varphi) = N_r N_{\varphi} N_{\vartheta} \cdot P_l^{|m|} (\cos \vartheta) e^{i m \varphi} X_{n_l}(r).$$

Damit werden nun die diskret-kontinuierlichen Polarisationsmatrixelemente berechnet. Sie heißen<sup>4)</sup>:

$$\begin{aligned}(x)_{n, l, m}^{E, l', m'} &= \int x \Psi_{n, l, m}^* \Psi_{E, l', m'} d\tau, \\(y)_{n, l, m}^{E, l', m'} &= \int y \Psi_{n, l, m}^* \Psi_{E, l', m'} d\tau, \\(z)_{n, l, m}^{E, l', m'} &= \int z \Psi_{n, l, m}^* \Psi_{E, l', m'} d\tau.\end{aligned}$$

<sup>1)</sup> Kontinuumsgrößen werden immer gestrichen bezeichnet. — <sup>2)</sup> A. Sommerfeld, II, S. 64. — <sup>3)</sup> Alle Größen, die sich auf diskrete Zustände beziehen, werden ungestrichen bezeichnet. — <sup>4)</sup> A. Sommerfeld, II, S. 54.

Die Integration ist über den gesamten Raum zu erstrecken. Führt man das Volumenelement in Polarkoordinaten ein, so ergibt sich:

$$(x \pm i y)_{n, l, m, E, l', m'} = N_r N_r' N_g N_g' N_\varphi N_\varphi'$$

$$\cdot \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \sin^2 \vartheta P_l^{[m]}(\cos \vartheta) P_{l'}^{[m']}(\cos \vartheta) e^{i(m' - m \pm 1)\varphi} d\vartheta d\varphi \cdot C_{(n, l, m, E, l', m')}.$$

$$(z)_{n, l, m, E, l', m'} = N_r N_r' N_g N_g' \cdot N_\varphi N_\varphi'$$

$$\cdot \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \cos \vartheta \sin \vartheta P_l^{[m]}(\cos \vartheta) P_{l'}^{[m']}(\cos \vartheta) e^{i(m' - m)\varphi} d\vartheta d\varphi \cdot C_{(n, l, m, E, l', m')}.$$

Dabei ist folgende Abkürzung eingeführt:

$$C_{(n, l, m, E, l', m')} = \int_0^\infty r^3 dr X_{nl}(r) X_{E, l'}(r),$$

wobei

$$X_{E, l'}(\varrho) = \frac{i \varrho^{l'}}{2} \int_{-i\sqrt{E}}^{+i\sqrt{E}} e^{z\varrho} (z - i\sqrt{E})^{l' - \frac{iB}{2\sqrt{E}}} (z + i\sqrt{E})^{l' + \frac{iB}{2\sqrt{E}}} dz.$$

ist. Die Integrationen nach  $\varphi$  und  $\vartheta$  lassen sich sofort ausführen. Es ist<sup>1)</sup>:

$$\int_0^{2\pi} e^{i(m' - m \pm 1)\varphi} d\varphi = \begin{cases} 0 & \text{für } m' - m \pm 1 \neq 0, \\ 2\pi & \text{,, } m' - m \pm 1 = 0, \end{cases}$$

$$\int_0^{2\pi} e^{i(m' - m)\varphi} d\varphi = \begin{cases} 0 & \text{für } m' - m \neq 0, \\ 2\pi & \text{,, } m' - m = 0. \end{cases}$$

Also folgt:

$$m' = m \mp 1, \quad \text{für } (x \pm i y)_{n, l, m, E, l', m'},$$

$$m' = m, \quad \text{für } (z)_{n, l, m, E, l', m'}.$$

$$K_{l, l'}^{m, m'} = \int_0^\pi \sin^2 \vartheta d\vartheta P_l^{[m]}(\cos \vartheta) P_{l'}^{[m \mp 1]}(\cos \vartheta),$$

$$K_{l, l'}^{m, m'} = \frac{2}{2l+1} \cdot \frac{(l+m)!}{(l-m)!} \begin{cases} -\frac{(l-m-1)(l-m)}{2l-1}; & (m' = m+1) \\ +\frac{1}{2l-1}; & (m' = m-1). \end{cases}$$

Das gilt beides, wenn  $l' = l-1$ , d. h.  $l > l'$  ist. Für  $l' = l+1$ , d. h.  $l < l'$ , muß man von den Relationen

$$K_{l', l}^{m', m} = K_{l, l'}^{m, m'}$$

<sup>1)</sup> A. Sommerfeld, II, S. 65. — <sup>2)</sup> Auswahlregeln für  $m$ .

Gebrauch machen. Das gibt folgende vier Formeln:

$$K = -\frac{2}{4l^2 - 1} \cdot \frac{(l+m)!}{(l-m-2)!}, \text{ wenn } \begin{cases} l' = l-1, \\ m' = m+1, \end{cases}$$

$$K = \frac{2}{(2l+1)(2l+3)} \cdot \frac{(l+m+2)!}{(l-m)!}, \text{ wenn } \begin{cases} l' = l+1, \\ m' = m+1 \end{cases}$$

$$K = \frac{2}{4l^2 - 1} \cdot \frac{(l+m)!}{(l-m)!}, \text{ wenn } \begin{cases} l' = l-1, \\ m' = m-1, \end{cases}$$

$$K = \frac{-2}{(2l+1)(2l+3)} \cdot \frac{(l+m)!}{(l-m)!}, \text{ wenn } \begin{cases} l' = l+1, \\ m' = m-1. \end{cases}$$

Ebenso ist:

$$J = \int_0^\pi \sin \vartheta \cos \vartheta P_l^{[m]}(\cos \vartheta) P_{l'}^{[m]}(\cos \vartheta) d\vartheta,$$

$$J = \frac{2}{4l^2 - 1} \cdot \frac{(l+m)!}{(l-m-1)!}, \text{ wenn } l' = l-1,$$

$$J = \frac{2}{(2l+1)(2l+3)} \cdot \frac{(l+m+1)!}{(l-m)!}, \text{ wenn } l' = l+1.$$

Werden noch die Normierungsfaktoren ausführlich geschrieben, so ergeben sich endgültig für die Polarisationsmatrixelemente folgende Ausdrücke:

$$(x \mp i y)_{E, l-1, m \pm 1}^{n, l, m} = \mp N_r N_r' \cdot \sqrt{\frac{(l \mp m - 1)(l \mp m)}{(2l-1)(2l+1)}} \cdot C_{(E, l-1)}^{(n, l)},$$

$$(x \mp i y)_{E, l+1, m \pm 1}^{n, l, m} = \pm N_r N_r' \cdot \sqrt{\frac{(l \pm m + 1)(l \pm m + 2)}{(2l+1)(2l+3)}} \cdot C_{(E, l+1)}^{(n, l)},$$

$$(z)_{E, l-1, m}^{n, l, m} = N_r N_r' \cdot \sqrt{\frac{(l+m)(l-m)}{(2l+1)(2l-1)}} \cdot C_{(E, l-1)}^{(n, l)},$$

$$(z)_{E, l+1, m}^{n, l, m} = N_r N_r' \cdot \sqrt{\frac{(l+m+1)(l-m+1)}{(2l+3)(2l+1)}} \cdot C_{(E, l+1)}^{(n, l)}.$$

Nun wird die Summe der Absolutquadrate der Matrixelemente gebildet und sofort über  $m$  summiert, wobei  $m$  den Wertebereich

$$|m| \leq l$$

durchlaufen darf<sup>2)</sup>. Es sind die Sprünge zu beachten:

$$l \rightarrow l-1,$$

$$l \rightarrow l+1.$$

<sup>1)</sup> A. Sommerfeld, II, S. 66 und 67. — <sup>2)</sup> Die Rechnung mit negativem  $m$  bedeutet, daß  $e^{im\varphi}$  wie  $e^{-im\varphi}$  gleichberechtigt zu beachten sind.



Die Summe ergibt nun in beiden Fällen folgende Werte<sup>1)</sup>:

$$\begin{aligned}\sum &= l && \text{für } l \rightarrow l-1, \\ \sum &= l+1 && \text{für } l \rightarrow l+1.\end{aligned}$$

Es läßt sich also, wenn unter  $[l]$  immer die größere der beiden Zahlen  $l$  und  $l'$  verstanden wird<sup>2)</sup>, allgemein schreiben

$$\{|x|^2 + |y|^2 + |z|^2\}_{(n,l)}^{(n,l)}_{(E,l\mp 1)} = N_r^2 N_r'^2 \cdot C^2_{(n,l)}^{(n,l)}_{(E,l\mp 1)} \cdot [l].$$

Der Ausdruck  $C^2_{(n,l)}^{(n,l)}_{(E,l\mp 1)}$  geht nun, falls statt

$$r = a_H \cdot \varrho$$

eingeführt wird, über in<sup>3)</sup>:

$$a_H^2 \cdot C^2_{(n,l)}^{(n,l)}_{(E,l\mp 1)}.$$

Dabei sind die Normierungsfaktoren schon berücksichtigt, und es ist:

$$C = \int_0^\infty \varrho^3 X_{n_l} \cdot X_{E,l\mp 1} d\varrho.$$

Die  $X$  sind die Eigenfunktionen, die der Schrödinger-Gleichung

$$\frac{d^2 X}{d\varrho^2} + \frac{2}{\varrho} \frac{dX}{d\varrho} + \left( A + \frac{B}{\varrho} + \frac{C}{\varrho^2} \right) X = 0$$

gehören. Nach Einsetzen der Eigenfunktionen ergibt sich für  $C$  folgender Ausdruck<sup>3)</sup>:

$$\begin{aligned}C &= \frac{i\varrho'}{2} \int_0^\infty \int_{-i\sqrt{E}}^{+i\sqrt{E}} \varrho^{3+l'} e^{(z-\sqrt{-A_{n_l}})\varrho} Q_{(n+l)}^{(2l+1)} (2\sqrt{-A_{n_l}}\varrho) d\varrho \\ &\quad \cdot (z-i\sqrt{E})^{l'-\frac{iB}{2\sqrt{E}}} (z+i\sqrt{E})^{l'+\frac{iB}{2\sqrt{E}}} dz.\end{aligned}$$

Die Integration nach  $\varrho$  läßt sich sofort ausführen. Denn es treten Ausdrücke folgender Art auf:

$$\int_0^\infty \varrho^k e^{(z-\sqrt{-A_{n_l}})\varrho} d\varrho = \frac{(-1)^{k+1} \cdot k!}{(z-\sqrt{-A_{n_l}})^{k+1}}.$$

Diese Ausdrücke gehen in das Integral nach  $z$  ein:

$$S(E) = \frac{(-1)^{k+1} i \cdot k!}{2} \int_{-i\sqrt{E}}^{+i\sqrt{E}} \frac{(z-i\sqrt{E})^{l'-\frac{iB}{2\sqrt{E}}} (z+i\sqrt{E})^{l'+\frac{iB}{2\sqrt{E}}} dz}{(z-\sqrt{-A_{n_l}})^{k+1}}.$$

<sup>1)</sup> R. Courant, Diff. u. Integralrechnung I, S. 19, Berlin 1929 und A. Sommerfeld, II, S. 68. — <sup>2)</sup> Y. Sugiura, Journ. de phys. 8, 113, 1927.

— <sup>3)</sup> Vgl. Abschnitt 4

Folgende Abkürzungen werden eingeführt:

$$\sqrt{E} = a; \quad \frac{B}{2\sqrt{E}} = b; \quad \sqrt{-A_{n_l}} = c,$$

$$S(E) = \frac{(-1)^{k+1} \cdot i \cdot k!}{2} \int_{-ia}^{+ia} \frac{(z - ia)^{l'-ib} (z + ia)^{l'+ib} dz}{(z - C)^{k+1}}.$$

Das Integral wird nach der Residuummethode gelöst. Es ergibt sich folgender Wert dafür:

$$S(E) = \frac{\pi (-1)^{k+1}}{1 - e^{4\pi b}} \cdot \left\{ \frac{d^k}{dz^k} [(z - ia)^{l'-ib} (z + ia)^{l'+ib}]_{z=c} \right\}.$$

Also entsteht endgültig für die über  $m$  summierten, quadrierten Matrixelemente folgender Ausdruck:

$$\{|x|^2 + |y|^2 + |z|^2\}_{(n,l)}^{(n,l)} = \frac{\pi^2 \cdot a_H^2 \cdot [L]}{(1 - e^{4\pi b})^2} \left| \sum_k \left\{ \frac{d^k}{dz^k} \cdot [(z - ia)^{l'-ib} (z + ia)^{l'+ib}]_{z=c} \right\} \right|^2.$$

Dabei ist die Summe so zu verstehen, daß über alle vorkommenden  $k$ -Werte addiert wird. Das Matrixelement ist eine Summe von Ausdrücken der Form  $S(E)$  mit gewissen Zahlenkoeffizienten.

## 6. Numerische Auswertung.

### I. Die berechneten Eigenfunktionen.

a) *Lithium*. Für Lithium wurden die Eigenfunktionen des Grundzustandes,  $R_{20}$ , und des Zustandes  $3_1$ ,  $R_{31}$ , von Trumpy<sup>1)</sup> übernommen.  $R_{32}$  wurde H-ähnlich mit Hilfe der Formel aus Abschnitt 4, S. 629, gerechnet.  $R_{21}$  und  $R_{30}$  wurden nach der Störmerschen Methode bestimmt. Die Eigenfunktionen sind sämtlich normiert. Die Anzahl der Nullstellen ist durch die radiale Quantenzahl<sup>2)</sup> bestimmt. Sie wird mit  $n_r$  bezeichnet. Es ist

$$n_r = n - l - 1.$$

Die Eigenfunktion ist nur bis  $\varrho = 0,4$  aufgeschrieben, da sie, wenn das Verfahren weiter fortgesetzt wird, schlecht konvergiert. Man müßte das Lithiumfeld zwischen  $\varrho = 1$  und 0 verändern<sup>1)</sup>, um die Grenzbedingung der Funktion zu erfüllen (vgl. Fig. 1).

<sup>1)</sup> B. Trumpy, ZS. f. Phys. **61**, 54, 1930. — <sup>2)</sup> A. Sommerfeld, II, S. 86.

Tabelle 6.

$q$	$R_{21}$	$q$	$R_{21}$	$q$	$R_{21}$
0,4	0,011	1,9	0,2403	16	0,0164
0,5	0,0265	2,0	0,2551	17	0,0111
0,6	0,0425	3	0,3686	18	0,0074
0,7	0,0588	4	0,4817	19	0,0049
0,8	0,0754	5	0,4501	20	0,0032
0,9	0,0921	6	0,3921	21	0,0021
1,0	0,1087	7	0,3184	22	0,0014
1,1	0,1252	8	0,2540	23	0,0009
1,2	0,1414	9	0,1942	24	0,0006
1,3	0,1572	10	0,1411	25	0,0004
1,4	0,1728	11	0,1020	26	0,00027
1,5	0,1880	12	0,0725	27	0,00017
1,6	0,2026	13	0,0507	28	0,00011
1,7	0,2167	14	0,0321	29	0,00007
1,8	0,2302	15	0,0241	30	0,00005

Tabelle 7. (Fig. 2.)

$q$	$R_{30}$	$q$	$R_{30}$	$q$	$R_{30}$
0,0		1,7	— 0,2203	16	+ 0,1586
0,1	+ 0,0616	1,8	— 0,2279	17	+ 0,1292
0,2	+ 0,0739	1,9	— 0,2333	18	+ 0,1038
0,3	+ 0,0699	2,0	— 0,2365	19	+ 0,0832
0,4	+ 0,0568	3	— 0,2490	20	+ 0,0663
0,5	+ 0,0389	4	— 0,1304	21	+ 0,0522
0,6	+ 0,0186	5	+ 0,0377	22	+ 0,0410
0,7	— 0,0116	6	+ 0,1619	23	+ 0,0320
0,8	— 0,0415	7	+ 0,2573	24	+ 0,0251
0,9	— 0,0705	8	+ 0,3172	25	+ 0,0191
1,0	— 0,0972	9	+ 0,3448	26	+ 0,0144
1,1	— 0,1224	10	+ 0,3465	27	+ 0,0108
1,2	— 0,1451	11	+ 0,3293	28	+ 0,0080
1,3	— 0,1653	12	+ 0,2995	29	+ 0,0059
1,4	— 0,1828	13	+ 0,2642	30	+ 0,0043
1,5	— 0,1978	14	+ 0,2273		
1,6	— 0,2103	15	+ 0,1915		

b) *Natrium*. Hier wurden  $R_{30}$ ,  $R_{31}$  und  $R_{41}$  von Trumphy<sup>1)</sup> übernommen.  $R_{32}$ ,  $R_{42}$  und  $R_{43}$  werden H-ähnlich gerechnet. Das ist möglich, weil die effektiven

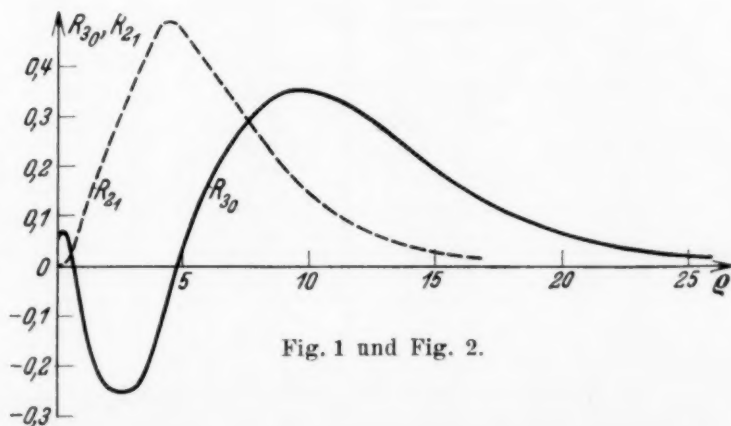


Fig. 1 und Fig. 2.

<sup>1)</sup> B. Trumphy, ZS. f. Phys. **61**, 54, 1930.

Tabelle 8. (Fig. 3.)

$q$	$R_{40}$	$q$	$R_{40}$	$q$	$R_{40}$
0,1	+ 0,0214	1,5	+ 0,1828	7	- 0,2231
0,2	- 0,0391	1,6	+ 0,1993	8	- 0,2900
0,3	- 0,0719	1,7	+ 0,2093	9	- 0,3263
0,4	- 0,0765	1,8	+ 0,2168	10	- 0,3367
0,5	- 0,0625	1,9	+ 0,2225	11	- 0,3293
0,6	- 0,0351	2,0	+ 0,2261	12	- 0,3087
0,7	- 0,0037	2,1	+ 0,2302	13	- 0,2833
0,8	+ 0,0280	2,2	+ 0,2359	14	- 0,2510
0,9	+ 0,0584	2,3	+ 0,2370	15	- 0,2189
1,0	+ 0,0865	2,4	+ 0,2383	16	- 0,1889
1,1	+ 0,1120	3,0	+ 0,2419	17	- 0,1623
1,2	+ 0,1347	4	+ 0,1198	18	- 0,1400
1,3	+ 0,1548	5	- 0,0046	19	- 0,1221
1,4	+ 0,1722	6	- 0,1251	20	- 0,0974

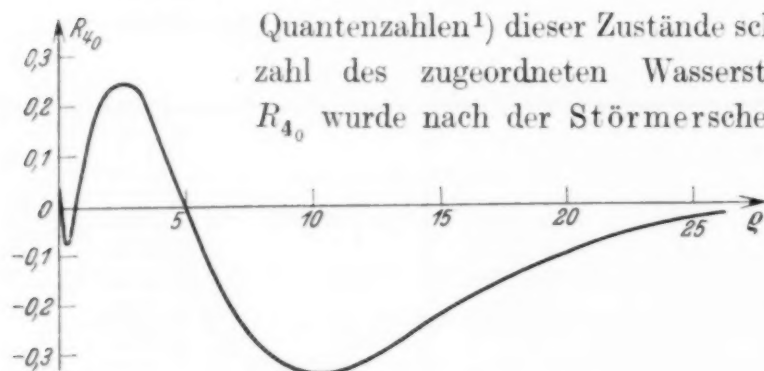


Fig. 3.

Quantenzahlen<sup>1)</sup> dieser Zustände schon mit der Hauptquantenzahl des zugeordneten Wasserstoffterms übereinstimmen.  $R_{40}$  wurde nach der Störerschen Methode bestimmt.

c) Kalium. Hier wurden  $R_{40}$ ,  $R_{41}$ ,  $R_{42}$ ,  $R_{50}$ ,  $R_{51}$ ,  $R_{52}$  nach der Störerschen Methode berechnet.  $R_{43}$ ,  $R_{53}$ ,  $R_{54}$  wurden H-ähnlich dargestellt.

Tabelle 9. (Fig. 4.)

	$R_{40}$	$q$	$R_{40}$	$q$	$R_{40}$
0,00		1,7	+ 0,0591	3,6	+ 0,4220
0,05	- 0,0024	1,8	+ 0,0908	3,7	+ 0,4285
0,1	+ 0,0095	1,9	+ 0,1214	3,8	+ 0,4340
0,2	+ 0,0867	2,0	+ 0,1507	3,9	+ 0,4386
0,3	+ 0,0719	2,1	+ 0,1786	4,0	+ 0,4424
0,4	+ 0,0145	2,2	+ 0,2049	5	+ 0,4717
0,5	- 0,0493	2,3	+ 0,2296	6	+ 0,4016
0,6	- 0,1022	2,4	+ 0,2530	7	+ 0,3247
0,7	- 0,1375	2,5	+ 0,2747	8	+ 0,2574
0,8	- 0,1548	2,6	+ 0,2949	9	+ 0,1829
0,9	- 0,1566	2,7	+ 0,3136	10	+ 0,1260
1,0	- 0,1460	2,8	+ 0,3309	11	+ 0,0841
1,1	- 0,1268	2,9	+ 0,3467	12	+ 0,0537
1,2	- 0,1009	3,0	+ 0,3612	13	+ 0,0316
1,3	- 0,0714	3,1	+ 0,3744	14	+ 0,0147
1,4	- 0,0395	3,2	+ 0,3863	15	+ 0,0009
1,5	- 0,0066	3,4	+ 0,4064		
1,6	+ 0,0264	3,5	+ 0,4147		

<sup>1)</sup> W. Grotrian, Graphische Darstellung der Spektren von Atomen mit 1, 2 und 3 Valenzelektronen, S. 47, Berlin 1928.



Tabelle 10. (Fig. 5.)

$q$	$R_{41}$	$q$	$R_{41}$	$q$	$R_{41}$
0,0	+ 0,065	1,5	- 0,037	3	+ 0,328
0,1	+ 0,105	1,6	- 0,009	4	+ 0,393
0,2	+ 0,075	1,7	+ 0,018	5	+ 0,419
0,3	+ 0,0003	1,8	+ 0,045	6	+ 0,397
0,4	- 0,076	1,9	+ 0,072	7	+ 0,348
0,5	- 0,138	2,0	+ 0,099	8	+ 0,298
0,6	- 0,176	2,1	+ 0,125	9	+ 0,248
0,7	- 0,194	2,2	+ 0,151	10	+ 0,195
0,8	- 0,192	2,3	+ 0,176	12	+ 0,118
0,9	- 0,177	2,4	+ 0,200	14	+ 0,067
1,0	- 0,151	2,5	+ 0,219	16	+ 0,036
1,1	- 0,135	2,6	+ 0,246	18	+ 0,019
1,2	- 0,114	2,7	+ 0,268	20	+ 0,009
1,3	- 0,090	2,8	+ 0,282	22	+ 0,004
1,4	- 0,064	2,9	+ 0,309	24	+ 0,002

Tabelle 11. (Fig. 6.)

$q$	$R_{42}$	$q$	$R_{42}$	$q$	$R_{42}$
0,0		2,4	- 0,233	12	- 0,221
0,2	+ 0,218	2,6	- 0,241	14	- 0,171
0,4	+ 0,132	2,8	- 0,246	16	- 0,125
0,6	+ 0,093	3,0	- 0,250	18	- 0,088
0,8	+ 0,048	3,2	- 0,254	20	- 0,059
1,0	- 0,006	3,4	- 0,258	22	- 0,038
1,2	- 0,058	3,6	- 0,262	24	- 0,023
1,4	- 0,109	3,8	- 0,267	26	- 0,014
1,6	- 0,151	4,0	- 0,271	28	- 0,008
1,8	- 0,183	6	- 0,319	30	- 0,005
2,0	- 0,206	8	- 0,308		
2,2	- 0,224	10	- 0,270		

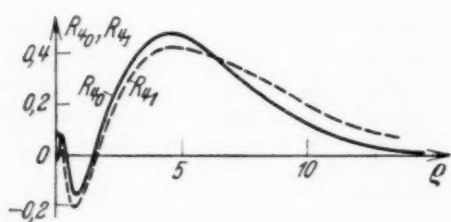


Fig. 4 und 5.

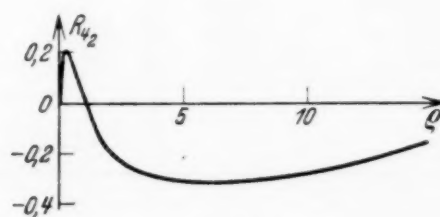


Fig. 6.

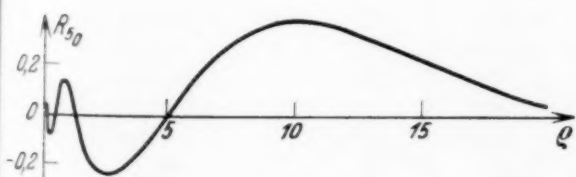


Fig. 7.

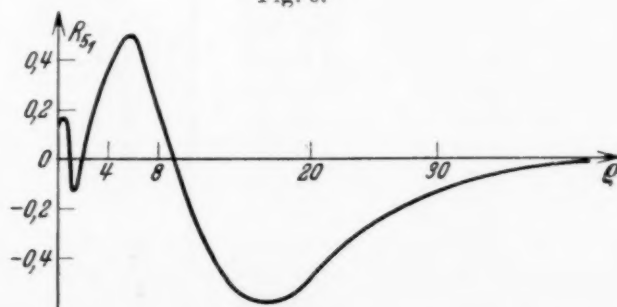


Fig. 8.

Tabelle 12. (Fig. 7.)

$q$	$R_{50}$	$q$	$R_{50}$	$q$	$R_{50}$
0.0		2.0	- 0,198	3.9	- 0,142
0.1	+ 0,031	2.1	- 0,221	4.0	- 0,130
0.2	- 0,056	2.2	- 0,228	5	- 0,0008
0.3	- 0,073	2.3	- 0,233	6	+ 0,131
0.4	+ 0,013	2.4	- 0,236	7	+ 0,238
0.5	+ 0,072	2.5	- 0,238	8	+ 0,311
0.6	+ 0,114	2.6	- 0,2378	9	+ 0,341
0.7	+ 0,135	2.7	- 0,2374	10	+ 0,362
0.8	+ 0,139	2.8	- 0,235	11	+ 0,352
0.9	+ 0,129	2.9	- 0,232	12	+ 0,327
1.0	+ 0,108	3.0	- 0,227	13	+ 0,291
1.2	+ 0,048	3.1	- 0,221	14	+ 0,251
1.3	+ 0,0148	3.2	- 0,214	15	+ 0,210
1.4	- 0,019	3.3	- 0,206	16	+ 0,169
1.5	- 0,053	3.4	- 0,196	17	+ 0,130
1.6	- 0,086	3.5	- 0,186	18	+ 0,094
1.7	- 0,117	3.6	- 0,175	19	+ 0,062
1.8	- 0,143	3.7	- 0,165	20	+ 0,025
1.9	- 0,173	3.8	- 0,154		

Tabelle 13. (Fig. 8.)

$q$	$R_{51}$	$q$	$R_{51}$	$q$	$R_{51}$
		2.6	+ 0,055	14	- 0,266
0.4	+ 0,081	2.8	+ 0,075	16	- 0,283
0.6	+ 0,083	3.0	+ 0,093	18	- 0,275
0.8	+ 0,050	3.2	+ 0,111	20	- 0,233
1.0	- 0,017	3.4	+ 0,126	22	- 0,182
1.2	- 0,027	3.6	+ 0,140	24	- 0,144
1.4	- 0,068	3.8	+ 0,152	26	- 0,110
1.6	- 0,050	4.0	+ 0,162	28	- 0,084
1.8	- 0,030	6	+ 0,246	30	- 0,060
2.0	- 0,008	8	+ 0,092	32	- 0,042
2.2	+ 0,013	10	- 0,048	34	- 0,029
2.4	+ 0,034	12	- 0,184	36	- 0,020

Tabelle 14. (Fig. 9.)

$q$	$R_{52}$	$q$	$R_{52}$	$q$	$R_{52}$
0.2	+ 0,089	3.4	- 0,168	20	+ 0,252
0.4	+ 0,035	3.8	- 0,172	22	+ 0,231
0.6	+ 0,010	4.0	- 0,173	24	+ 0,201
0.8	- 0,029	4.6	- 0,180	26	+ 0,168
1.0	- 0,067	6	- 0,182	28	+ 0,134
1.2	- 0,098	8	- 0,114	30	+ 0,104
1.4	- 0,122	10	- 0,011	36	+ 0,045
1.6	- 0,139	12	+ 0,094	38	+ 0,034
2.0	- 0,156	14	+ 0,180	40	+ 0,026
2.4	- 0,160	16	+ 0,236		
3.0	- 0,165	18	+ 0,257		

d) *Rubidium*. Hier wurden  $R_{51}$ ,  $R_{60}$ ,  $R_{61}$ ,  $R_{62}$  nach der Störmerschen Methode berechnet.  $R_{50}$  sandte mir Herr Hartree zu.  $R_{53}$ ,  $R_{63}$ ,  $R_{64}$ ,  $R_{54}$ ,  $R_{65}$  wurden H-ähnlich gerechnet.

Tabelle 15. (Fig. 10.)

$q$	$R_{50}$	$q$	$R_{50}$	$q$	$R_{50}$
0,00	0	1,4	- 0,1623	7	+ 0,3843
0,02	+ 0,0354	1,6	- 0,1273	8	+ 0,3223
0,1	- 0,0534	1,8	- 0,0803	9	+ 0,2582
0,12	- 0,0605	2,0	- 0,0269	10	+ 0,2003
0,2	- 0,0173	2,2	+ 0,0273	12	+ 0,1118
0,3	+ 0,0669	2,4	+ 0,0811	14	+ 0,0583
0,4	+ 0,0971	2,6	+ 0,1322	16	+ 0,0289
0,5	+ 0,0754	2,8	+ 0,1799	18	+ 0,0130
0,6	+ 0,0269	3,0	+ 0,2235	20	+ 0,0061
0,7	- 0,0285	3,5	+ 0,3145	22	+ 0,0029
0,8	- 0,0799	4,0	+ 0,3786	24	+ 0,0012
0,9	- 0,1218	4,5	+ 0,4189	26	+ 0,0004
1,0	- 0,1794	5,0	+ 0,4393		
1,2	- 0,1738	6,0	+ 0,4296		

Tabelle 16. (Fig. 11.)

$q$	$R_{51}$	$q$	$R_{51}$	$q$	$R_{51}$
0,00		1,2	+ 0,11	6	- 0,40
0,05	+ 0,05	1,4	+ 0,08	7	- 0,39
0,10	+ 0,04	1,6	+ 0,05	8	- 0,36
0,15	- 0,03	1,8	+ 0,005	9	- 0,31
0,20	- 0,05	2,0	- 0,01	10	- 0,26
0,25	- 0,08	2,2	- 0,07	11	- 0,22
0,30	- 0,091	2,4	- 0,11	12	- 0,17
0,35	- 0,090	2,6	- 0,15	13	- 0,14
0,40	- 0,07	2,8	- 0,18	14	- 0,11
0,45	- 0,05	3,0	- 0,21	15	- 0,08
0,50	- 0,02	3,2	- 0,24	16	- 0,06
0,6	+ 0,04	3,4	- 0,27	17	- 0,05
0,7	+ 0,09	3,6	- 0,29	18	- 0,03
0,8	+ 0,11	3,8	- 0,31	19	- 0,02
0,9	+ 0,12	4,0	- 0,33	20	- 0,016
1,0	+ 0,13	5,0	- 0,38		

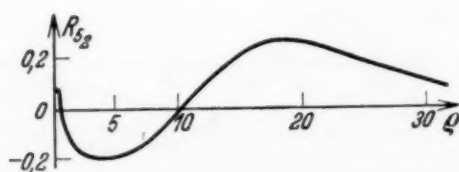


Fig. 9.

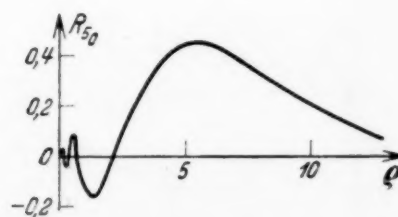


Fig. 10.

Tabelle 17. (Fig. 12.)

$q$	$R_{60}$	$q$	$R_{60}$	$q$	$R_{60}$
0.0		3.0	+ 0,199	17	- 0,208
0.1	+ 0,002	3.5	+ 0,208	18	- 0,178
0.2	- 0,003	4.0	+ 0,193	19	- 0,150
0.3	- 0,001	4.5	+ 0,160	20	- 0,125
0.4	+ 0,002	5.0	+ 0,114	21	- 0,103
0.5	+ 0,025	6	+ 0,005	22	- 0,084
0.6	+ 0,031	7	- 0,106	23	- 0,068
0.7	+ 0,036	8	- 0,200	24	- 0,052
0.8	+ 0,046	9	- 0,278	25	- 0,043
0.9	+ 0,024	10	- 0,314	26	- 0,034
1.0	+ 0,0001	11	- 0,334	28	- 0,020
1.2	- 0,034	12	- 0,335	29	- 0,015
1.5	- 0,090	13	- 0,322	30	- 0,012
1.7	- 0,053	14	- 0,299		
2.0	+ 0,089	15	- 0,271		
2.5	+ 0,161	16	- 0,239		

Tabelle 18. (Fig. 13.)

$q$	$R_{61}$	$q$	$R_{61}$	$q$	$R_{61}$
0,00		4	- 0,150	23	+ 0,195
0,03	+ 0,020	5	- 0,192	24	+ 0,172
0,06	+ 0,023	6	- 0,189	25	+ 0,151
0,09	+ 0,019	7	- 0,149	26	+ 0,132
0,1	+ 0,016	8	- 0,087	27	+ 0,114
0,2	- 0,018	9	- 0,012	28	+ 0,098
0,3	- 0,036	10	+ 0,063	29	+ 0,083
0,4	- 0,023	11	+ 0,134	30	+ 0,071
0,5	- 0,002	12	+ 0,194	31	+ 0,060
0,6	+ 0,023	13	+ 0,241	32	+ 0,050
0,7	+ 0,045	14	+ 0,276	33	+ 0,042
0,8	+ 0,061	15	+ 0,298	34	+ 0,035
0,9	+ 0,071	16	+ 0,308	35	+ 0,029
1,0	+ 0,075	17	+ 0,310	36	+ 0,024
1,5	+ 0,073	18	+ 0,304	37	+ 0,019
2,0	+ 0,027	19	+ 0,286	38	+ 0,016
2,5	- 0,027	20	+ 0,264	39	+ 0,013
3,0	- 0,076	21	+ 0,242	40	+ 0,010
3,5	- 0,118	22	+ 0,218		

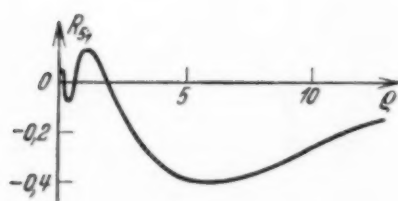


Fig. 11.

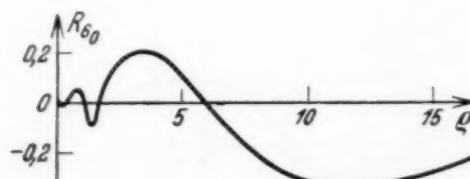


Fig. 12.



Tabelle 19. (Fig. 14.)

$q$	$R_{62}$	$q$	$R_{62}$	$q$	$R_{62}$
0,00		4	+ 0,173	22	- 0,231
0,02	+ 0,011	5	+ 0,155	23	- 0,210
0,04	+ 0,022	6	+ 0,132	24	- 0,198
0,06	- 0,005	7	+ 0,093	25	- 0,175
0,08	- 0,010	8	+ 0,042	26	- 0,163
0,10	- 0,042	9	- 0,015	27	- 0,140
0,15	- 0,063	10	- 0,063	28	- 0,130
0,20	- 0,068	11	- 0,112	29	- 0,117
0,40	+ 0,009	12	- 0,154	30	- 0,101
0,60	+ 0,066	13	- 0,185	32	- 0,077
0,80	+ 0,112	14	- 0,212	34	- 0,055
1,0	+ 0,143	15	- 0,235	36	- 0,041
1,2	+ 0,160	16	- 0,255	38	- 0,026
1,4	+ 0,168	17	- 0,260	40	- 0,019
1,6	+ 0,171	18	- 0,267	42	- 0,013
1,8	+ 0,182	19	- 0,259	44	- 0,009
2,0	+ 0,1925	20	- 0,257	46	- 0,006
3,0	+ 0,199	21	- 0,237		

Tabelle 20. (Fig. 15.)

$q$	$R_{52}$	$q$	$R_{52}$	$q$	$R_{52}$
0,01	+ 0,032	0,24	- 0,096	4	+ 0,391
0,02	+ 0,052	0,26	- 0,089	5	+ 0,352
0,03	+ 0,077	0,28	- 0,081	6	+ 0,321
0,04	+ 0,093	0,30	- 0,073	7	+ 0,281
0,05	+ 0,073	0,35	- 0,052	8	+ 0,246
0,06	- 0,010	0,40	- 0,029	9	+ 0,210
0,07	- 0,093	0,45	- 0,006	10	+ 0,177
0,08	- 0,147	0,50	+ 0,015	11	+ 0,147
0,09	- 0,197	0,6	+ 0,059	12	+ 0,120
0,10	- 0,236	0,7	+ 0,100	13	+ 0,098
0,12	- 0,211	0,8	+ 0,135	14	+ 0,077
0,14	- 0,186	0,9	+ 0,166	15	+ 0,060
0,16	- 0,163	1,0	+ 0,191	16	+ 0,046
0,18	- 0,138	1,5	+ 0,300	17	+ 0,035
0,20	- 0,111	2,0	+ 0,385	18	+ 0,026
0,22	- 0,104	3,0	+ 0,418	19	+ 0,020

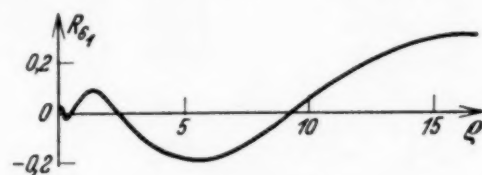


Fig. 13.

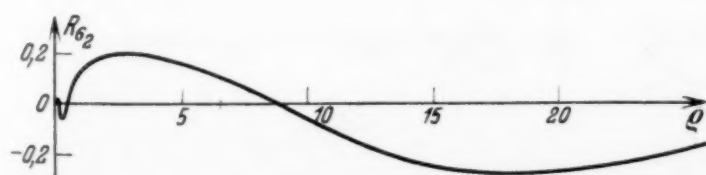


Fig. 14.

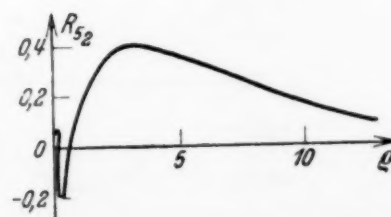


Fig. 15.

e) Cäsium. Nach der Störmerschen Methode wurden  $R_{61}$ ,  $R_{62}$ ,  $R_{70}$ ,  $R_{71}$ ,  $R_{72}$  berechnet.  $R_{60}$  erhielt ich von Herrn Hartree.  $R_{63}$ ,  $R_{64}$ ,  $R_{65}$ ,  $R_{73}$ ,  $R_{74}$ ,  $R_{75}$ ,  $R_{76}$  wurden H-ähnlich gerechnet.

Tabelle 21. (Fig. 16.)

$q$	$R_{60}$	$q$	$R_{60}$	$q$	$R_{60}$
0,000		1,6	+ 0,1665	6,5	- 0,423
0,015	+ 0,026	1,8	+ 0,152	7,0	- 0,409
0,08	- 0,044	2,0	+ 0,115	7,5	- 0,388
0,10	- 0,037	2,2	+ 0,076	8,0	- 0,363
0,20	+ 0,056	2,4	+ 0,029	9	- 0,307
0,24	+ 0,065	2,6	- 0,018	10	- 0,246
0,30	+ 0,045	2,8	- 0,066	11	- 0,195
0,4	- 0,027	3,0	- 0,112	12	- 0,149
0,5	- 0,083	3,2	- 0,155	13	- 0,113
0,6	- 0,098	3,4	- 0,196	14	- 0,084
0,7	- 0,078	3,6	- 0,233	15	- 0,065
0,8	- 0,039	3,8	- 0,267	16	- 0,045
0,9	+ 0,083	4,0	- 0,297	17	- 0,027
1,0	+ 0,054	4,5	- 0,357	18	- 0,011
1,1	+ 0,095	5,0	- 0,397	19	- 0,009
1,2	+ 0,128	5,5	- 0,420	20	- 0,005
1,4	+ 0,166	6,0	- 0,427	21	- 0,003

Tabelle 22. (Fig. 17.)

$q$	$R_{61}$	$q$	$R_{61}$	$q$	$R_{61}$
0,00		0,24	+ 0,012	0,9	- 0,066
0,02	+ 0,014	0,26	+ 0,021	1,0	- 0,081
0,04	+ 0,005	0,28	+ 0,029	1,2	- 0,094
0,06	- 0,002	0,30	+ 0,036	1,4	- 0,086
0,08	- 0,010	0,32	+ 0,042	1,6	- 0,063
0,10	- 0,014	0,34	+ 0,046	1,8	- 0,033
0,12	- 0,0168	0,36	+ 0,047	2,0	- 0,0001
0,14	- 0,0160	0,38	+ 0,046	2,2	+ 0,040
0,16	- 0,014	0,40	+ 0,045	2,4	+ 0,080
0,18	- 0,010	0,60	+ 0,017	2,6	+ 0,117
0,20	- 0,005	0,7	- 0,016	2,8	+ 0,151
0,22	+ 0,003	0,8	- 0,044	3,0	+ 0,182

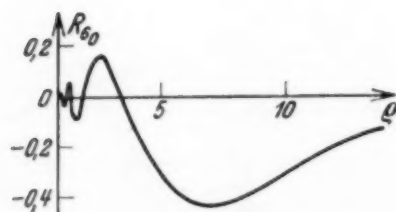


Fig. 16.

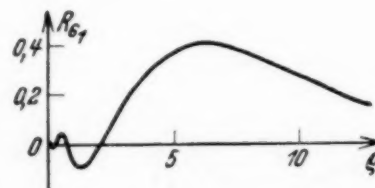


Fig. 17.

$q$	$R_{61}$	$q$	$R_{61}$	$q$	$R_{61}$
3.2	+ 0,211	6	+ 0,401	16	+ 0,059
3.4	+ 0,237	7	+ 0,394	17	+ 0,044
3.6	+ 0,262	8	+ 0,363	18	+ 0,033
3.8	+ 0,283	9	+ 0,317	19	+ 0,024
4.0	+ 0,302	10	+ 0,267	20	+ 0,018
4.2	+ 0,319	11	+ 0,219	21	+ 0,014
4.4	+ 0,335	12	+ 0,173	22	+ 0,010
4.6	+ 0,349	13	+ 0,135	23	+ 0,007
4.8	+ 0,360	14	+ 0,104		
5	+ 0,370	15	+ 0,079		

Tabelle 23. (Fig. 18.)

$q$	$R_{62}$	$q$	$R_{62}$	$q$	$R_{62}$
0,00		1,2	+ 0,061	6	- 0,400
0,05	+ 0,016	1,3	+ 0,082	7	- 0,373
0,10	+ 0,034	1,4	+ 0,093	8	- 0,320
0,15	+ 0,043	1,5	+ 0,098	9	- 0,262
0,20	+ 0,041	1,6	+ 0,092	10	- 0,200
0,25	+ 0,0005	1,7	+ 0,085	11	- 0,150
0,30	- 0,014	1,8	+ 0,067	12	- 0,122
0,35	- 0,035	1,9	+ 0,045	13	- 0,099
0,40	- 0,064	2,0	+ 0,023	14	- 0,079
0,5	- 0,070	2,1	+ 0,005	15	- 0,062
0,6	- 0,063	2,2	- 0,021	16	- 0,049
0,7	- 0,051	2,5	- 0,100	17	- 0,038
0,8	- 0,023	3,0	- 0,221	18	- 0,029
0,9	- 0,005	4,0	- 0,345	20	- 0,017
1,0	+ 0,012	5,0	- 0,401		
1,1	+ 0,043	5,6	- 0,415		

Tabelle 24. (Fig. 19.)

$q$	$R_{70}$	$q$	$R_{70}$	$q$	$R_{70}$
0,00		0,08	+ 0,047	0,18	+ 0,011
0,01	+ 0,014	0,10	+ 0,072	0,20	- 0,019
0,02	- 0,033	0,12	+ 0,077	0,22	- 0,049
0,04	- 0,058	0,14	+ 0,065	0,24	- 0,074
0,06	+ 0,003	0,16	+ 0,041	0,26	- 0,093

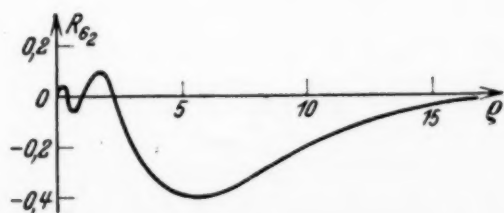


Fig. 18.

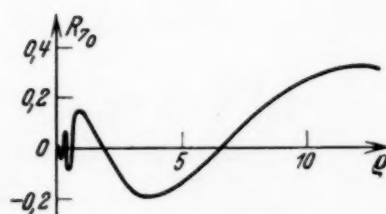


Fig. 19.

$q$	$R_{70}$	$q$	$R_{70}$	$q$	$R_{70}$
0,28	- 0,107	1,4	+ 0,061	11	+ 0,312
0,30	- 0,114	1,5	+ 0,044	12	+ 0,326
0,32	- 0,115	1,6	+ 0,024	13	+ 0,324
0,34	- 0,110	1,8	- 0,015	14	+ 0,310
0,36	- 0,101	2,0	- 0,054	15	+ 0,288
0,38	- 0,088	2,2	- 0,088	16	+ 0,261
0,40	- 0,076	2,4	- 0,119	17	+ 0,231
0,45	- 0,041	2,6	- 0,143	18	+ 0,202
0,50	+ 0,001	2,8	- 0,163	19	+ 0,174
0,55	+ 0,042	3,0	- 0,177	20	+ 0,148
0,60	+ 0,079	3,4	- 0,191	21	+ 0,124
0,65	+ 0,109	3,6	- 0,192	22	+ 0,103
0,70	+ 0,130	3,8	- 0,189	23	+ 0,085
0,75	+ 0,144	4,0	- 0,183	24	+ 0,069
0,80	+ 0,149	5,0	- 0,134	25	+ 0,056
0,9	+ 0,147	6	- 0,039	26	+ 0,044
1,0	+ 0,128	7	+ 0,060	27	+ 0,035
1,1	+ 0,111	8	+ 0,124	28	+ 0,027
1,2	+ 0,088	9	+ 0,221	29	+ 0,021
1,3	+ 0,075	10	+ 0,278	30	+ 0,016

Tabelle 25. (Fig. 20.)

$q$	$R_{71}$	$q$	$R_{71}$	$q$	$R_{71}$
0,0		3,8	- 0,028	23	- 0,215
0,1	+ 0,004	4	- 0,008	24	- 0,194
0,2	- 0,007	5	+ 0,091	25	- 0,174
0,4	- 0,011	6	+ 0,161	26	- 0,154
0,6	+ 0,025	7	+ 0,175	27	- 0,135
0,8	+ 0,042	8	+ 0,151	28	- 0,118
1,0	+ 0,032	9	+ 0,081	29	- 0,102
1,2	+ 0,009	10	+ 0,011	30	- 0,088
1,4	- 0,015	11	- 0,061	31	- 0,075
1,6	- 0,038	12	- 0,125	32	- 0,064
1,8	- 0,057	13	- 0,183	33	- 0,054
2,0	- 0,071	14	- 0,223	34	- 0,046
2,2	- 0,081	15	- 0,249	35	- 0,028
2,4	- 0,087	16	- 0,261	36	- 0,024
2,6	- 0,090	17	- 0,277	37	- 0,021
2,8	- 0,095	18	- 0,282	38	- 0,017
3,0	- 0,088	19	- 0,279	39	- 0,014
3,2	- 0,084	20	- 0,268	40	- 0,012
3,4	- 0,064	21	- 0,253		
3,6	- 0,047	22	- 0,235		

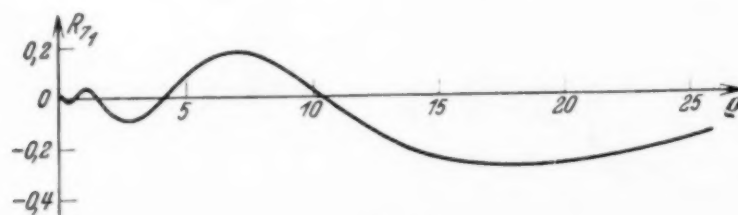


Fig. 20.



Tabelle 26. (Fig. 21.)

$q$	$R_{72}$	$q$	$R_{72}$	$q$	$R_{72}$
0,0		12	- 0,120	33	+ 0,309
0,1	+ 0,022	13	- 0,168	34	+ 0,307
0,2	- 0,003	14	- 0,210	35	+ 0,306
0,3	- 0,029	15	- 0,231	36	+ 0,300
0,4	- 0,037	16	- 0,240	37	+ 0,299
0,5	- 0,030	17	- 0,243	38	+ 0,290
0,6	- 0,013	18	- 0,240	39	+ 0,280
0,7	+ 0,005	19	- 0,231	40	+ 0,264
0,8	+ 0,024	20	- 0,192	41	+ 0,250
0,9	+ 0,043	21	- 0,125	42	+ 0,241
1	+ 0,058	22	- 0,065	43	+ 0,222
2	+ 0,185	23	+ 0,016	44	+ 0,202
3	+ 0,219	24	+ 0,075	45	+ 0,191
4	+ 0,207	25	+ 0,141	50	+ 0,124
5	+ 0,188	26	+ 0,170	55	+ 0,075
6	+ 0,145	27	+ 0,200	60	+ 0,043
7	+ 0,103	28	+ 0,231	65	+ 0,023
8	+ 0,075	29	+ 0,263	70	+ 0,012
9	+ 0,023	30	+ 0,284	75	+ 0,006
10	- 0,027	31	+ 0,295	80	+ 0,003
11	- 0,070	32	+ 0,303		

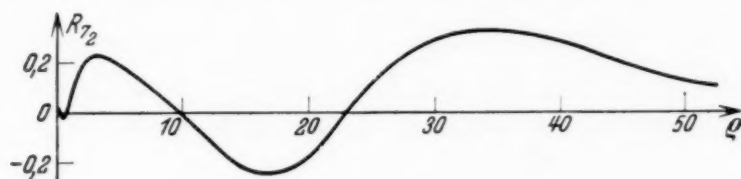


Fig. 21.

## II. Die Absorptionskoeffizienten für die Alkalien.

In den einzelnen ausgerechneten Matrixelementen treten Glieder auf, in denen sich, meistens im Nenner, Potenzen von  $C^2 + E$  befinden. Dabei bedeutet  $C^2 = |E_d|$  den Absolutwert der Energie des betreffenden diskreten Zustandes, von dem aus der Übergang nach dem kontinuierlichen Zustand mit der Energie  $E_k$  erfolgt. Bei Berechnung der diskreten Eigenfunktionen wurde die Energie der diskreten Zustände immer in folgenden Einheiten gerechnet:

$$|E_d| = \frac{\nu}{R},$$

dabei ist  $R$  die Rydberg-Konstante.

Die Absorption wird nun berechnet für die Frequenzen, die an der Grenze 1 S der Hauptserie beginnen, und für Vielfache dieser Grenzfrequenz. Bezeichnet man die Grenzfrequenz mit  $\nu_1$ , so läßt sich der Ausdruck:

$$\frac{\nu}{R} = C^2 + E_k = |E_d| + E_k, \quad \frac{\nu}{R} = |E_d| \left( 1 + \frac{E_k}{|E_d|} \right), \quad \frac{\nu}{R} = \frac{\nu_1}{R} (1 + x),$$

mit

$$x = \frac{E_k}{|E_d|}$$

so schreiben:

$$\nu = \nu_1 (1 + x).$$

$x$  soll folgenden Wertebereich durchlaufen:

$$0 \leq x \leq 23$$

oder für  $\nu$ :

$$\nu_1 \leq \nu \leq 24 \nu_1.$$

Die Grenzfrequenzen der 1 S-Grenze sind für die einzelnen Alkalien folgende<sup>1)</sup>:

Lithium:	$\nu_1 = 43\,484,45 \text{ cm}^{-1}$
Natrium:	$\nu_1 = 41\,448,59 \text{ „}$
Kalium:	$\nu_1 = 35\,005,88 \text{ „}$
Rubidium:	$\nu_1 = 33\,684,80 \text{ „}$
Cäsium:	$\nu_1 = 31\,406,70 \text{ „}$

Bei der Berechnung der Absorptionskoeffizienten ist noch bei den Faktoren, die die Temperatur enthalten — das sind die Boltzmann-Faktoren —, darauf zu achten, daß die Energien mit dem Faktor  $RhcZ^2$  insgesamt multipliziert werden müssen, da sie in der Einheit  $\nu/R$  gerechnet wurden.

Es folgen jetzt die Tabellen für die einzelnen Absorptionskoeffizienten. Diese Tabellen geben den Absorptionskoeffizienten pro Zahl der Atome im Grundzustand. Gewöhnlich wird der Absorptionskoeffizient pro Zahl sämtlicher Atome angegeben. Die Tabellen müssen also sämtlich mit dem Faktor

$$\frac{\text{Zahl der Atome im Grundzustand}}{\text{Zahl aller Atome}}$$

multipliziert werden.

Tabelle 27. Lithium,  $\tau_a \cdot Z^2 \cdot 10^{25}$  in Abhängigkeit von  $\nu$  und  $T$ .

$\nu$ $T$	6000°	7000°	8000°	9000°	10000°
$\nu_1$	$2,486 \cdot 10^4$	$8,692 \cdot 10^4$	$3,406 \cdot 10^5$	$9,543 \cdot 10^5$	$2,943 \cdot 10^6$
6 $\nu_1$	$6,665 \cdot 10^1$	$1,102 \cdot 10^2$	$2,472 \cdot 10^2$	$4,341 \cdot 10^2$	$6,211 \cdot 10^2$
12 $\nu_1$	$3,367 \cdot 10^1$	$4,356 \cdot 10^1$	$7,468 \cdot 10^1$	$1,171 \cdot 10^2$	$1,601 \cdot 10^3$
18 $\nu_1$	$2,040 \cdot 10^1$	$2,476 \cdot 10^1$	$3,686 \cdot 10^1$	$5,369 \cdot 10^1$	$7,103 \cdot 10^1$
24 $\nu_1$	$4,568 \cdot 10^0$	$6,887 \cdot 10^0$	$1,416 \cdot 10^1$	$2,408 \cdot 10^1$	$3,402 \cdot 10^1$

<sup>1)</sup> A. Sommerfeld, I, S. 413, 5. Aufl., 1931.

Tabelle 28. Natrium,  $\tau_a \cdot Z^2 \cdot 10^{26}$  in Abhängigkeit von  $\nu$  und  $T$ .

$\nu$	$T$	6000 <sup>0</sup>	7000 <sup>0</sup>	8000 <sup>0</sup>	9000 <sup>0</sup>	10000 <sup>0</sup>
$\nu_1$		$2,492 \cdot 10^5$	$9,131 \cdot 10^5$	$2,507 \cdot 10^6$	$9,147 \cdot 10^6$	$2,869 \cdot 10^7$
6 $\nu_1$		$1,445 \cdot 10^3$	$5,526 \cdot 10^3$	$9,421 \cdot 10^3$	$2,026 \cdot 10^4$	$2,665 \cdot 10^4$
12 $\nu_1$		$4,922 \cdot 10^0$	$4,797 \cdot 10^1$	$9,947 \cdot 10^1$	$1,509 \cdot 10^2$	$2,025 \cdot 10^2$
18 $\nu_1$		$2,272 \cdot 10^0$	$6,406 \cdot 10^0$	$1,032 \cdot 10^1$	$1,465 \cdot 10^1$	$2,003 \cdot 10^1$
24 $\nu_1$		$1,032 \cdot 10^0$	$1,741 \cdot 10^0$	$2,926 \cdot 10^0$	$4,189 \cdot 10^0$	$5,369 \cdot 10^0$

Tabelle 29. Kalium,  $\tau_a \cdot Z^2 \cdot 10^{27}$  in Abhängigkeit von  $\nu$  und  $T$ .

$\nu$	$T$	6000 <sup>0</sup>	7000 <sup>0</sup>	8000 <sup>0</sup>	9000 <sup>0</sup>	10000 <sup>0</sup>
$\nu_1$		$1,703 \cdot 10^7$	$1,554 \cdot 10^8$	$1,242 \cdot 10^9$	$7,293 \cdot 10^9$	$4,587 \cdot 10^{10}$
6 $\nu_1$		$4,996 \cdot 10^3$	$5,038 \cdot 10^3$	$5,466 \cdot 10^3$	$7,904 \cdot 10^3$	$9,351 \cdot 10^3$
12 $\nu_1$		$9,690 \cdot 10^1$	$1,446 \cdot 10^2$	$5,607 \cdot 10^2$	$3,316 \cdot 10^3$	$4,990 \cdot 10^3$
18 $\nu_1$		$2,956 \cdot 10^0$	$4,435 \cdot 10^0$	$1,937 \cdot 10^1$	$4,728 \cdot 10^1$	$1,871 \cdot 10^2$
24 $\nu_1$		$1,751 \cdot 10^0$	$2,494 \cdot 10^0$	$6,089 \cdot 10^0$	$2,126 \cdot 10^1$	$5,508 \cdot 10^1$

Tabelle 30. Rubidium,  $\tau_a \cdot Z^2 \cdot 10^{28}$  in Abhängigkeit von  $\nu$  und  $T$ .

$\nu$	$T$	6000 <sup>0</sup>	7000 <sup>0</sup>	8000 <sup>0</sup>	9000 <sup>0</sup>	10000 <sup>0</sup>
$\nu_1$		$5,596 \cdot 10^{11}$	$1,368 \cdot 10^{12}$	$2,520 \cdot 10^{12}$	$3,843 \cdot 10^{12}$	$1,547 \cdot 10^{13}$
6 $\nu_1$		$9,585 \cdot 10^4$	$9,991 \cdot 10^4$	$1,398 \cdot 10^5$	$5,398 \cdot 10^5$	$4,536 \cdot 10^6$
12 $\nu_1$		$1,727 \cdot 10^2$	$5,227 \cdot 10^2$	$4,023 \cdot 10^3$	$3,902 \cdot 10^4$	$3,892 \cdot 10^5$
18 $\nu_1$		$1,885 \cdot 10^1$	$1,438 \cdot 10^2$	$1,394 \cdot 10^3$	$6,971 \cdot 10^3$	$3,338 \cdot 10^4$
24 $\nu_1$		$6,253 \cdot 10^0$	$5,790 \cdot 10^1$	$4,805 \cdot 10^2$	$3,409 \cdot 10^3$	$1,149 \cdot 10^4$

Tabelle 31. Cäsium,  $\tau_a \cdot Z^2 \cdot 10^{27}$  in Abhängigkeit von  $\nu$  und  $T$ .

$\nu$	$T$	6000 <sup>0</sup>	7000 <sup>0</sup>	8000 <sup>0</sup>	9000 <sup>0</sup>	10000 <sup>0</sup>
$\nu_1$		$2,743 \cdot 10^{11}$	$2,922 \cdot 10^{11}$	$5,184 \cdot 10^{11}$	$1,371 \cdot 10^{12}$	$2,031 \cdot 10^{12}$
6 $\nu_1$		$4,229 \cdot 10^5$	$6,554 \cdot 10^5$	$9,466 \cdot 10^5$	$1,392 \cdot 10^6$	$2,241 \cdot 10^6$
12 $\nu_1$		$1,189 \cdot 10^3$	$1,745 \cdot 10^3$	$2,692 \cdot 10^3$	$1,116 \cdot 10^4$	$2,093 \cdot 10^4$
18 $\nu_1$		$1,507 \cdot 10^1$	$2,716 \cdot 10^1$	$3,390 \cdot 10^1$	$6,895 \cdot 10^1$	$1,623 \cdot 10^2$
24 $\nu_1$		$2,460 \cdot 10^0$	$3,428 \cdot 10^0$	$4,346 \cdot 10^0$	$1,005 \cdot 10^1$	$2,234 \cdot 10^1$

## 7. Diskussion der Resultate.

Wie die Tabellen in Abschnitt 6 zeigen, ist der Koeffizient der kontinuierlichen Absorption in der Weise von Frequenz und Temperatur abhängig, daß er mit wachsender Frequenz abnimmt (also mit der Wellenlänge zunimmt) und mit der Temperatur ansteigt. Was die Temperaturabhängigkeit anbetrifft, so nähert sich der Absorptionskoeffizient für große Frequenzen, also kleine Wellenlängen, einer Konstanten.

Für die Rechnung kommen folgende Fehlerquellen in Betracht:

1. Die Abschätzung des Beitrages, den die höheren Quantenzustände liefern, geschieht H-ähnlich mit Hilfe der Kramersschen Formel. Wie die

Tabellen in Abschnitt 1 zeigen, weichen die Felder der Alkalien ziemlich stark vom Wasserstoffwert ab. Es ist also bedenklich, diese Abschätzung zu verwenden.

2. Die Eigenfunktionen der diskreten Quantenzustände wurden mit Hilfe der Hartreeschen Atomfelder bestimmt. Benutzt man die exakten Werte der Hartree-Felder in der Nähe von  $\varrho = 0$ , so konvergieren die Eigenfunktionen zum Teil sehr schlecht. Trumpy<sup>1)</sup> hat deshalb die Atomfelder von Hartree für Lithium und Natrium in der Nähe von  $\varrho = 0$  abgeändert, und dadurch die Konvergenz erzwungen. Es ist also zweifelhaft, ob die Hartree-Felder in Nähe des Atomkernes die richtigen Atomverhältnisse darstellen. Ferner ist zu beachten, daß das Hartree-Feld für ein einzelnes Elektron nicht das beste ist. Denn es berücksichtigt nicht die Wirkung dieses einen Elektrons auf die übrigen Elektronen, also die Polarisierung des Elektronenrestes durch das betrachtete Elektron. Exakt läßt sich eine Rechnung, die diese Tatsache berücksichtigt, nur für zwei Elektronen durchführen; denn bei mehr als zwei Elektronen stellen sich unüberwindliche mathematische Schwierigkeiten ein.

3. Die analytischen Approximationen der numerisch berechneten diskreten Eigenfunktionen sind so bestimmt, daß sie gut die Eigenfunktion an der Stelle des Hauptmaximums annähern. Die Konstanten lassen sich aber schwer so festlegen, daß sie die Nebenmaxima auch gut wiedergeben. Bei Funktionen, die nur ein Nebenmaximum besitzen, ist es noch am leichtesten, eine gut an die Eigenfunktion sich anschmiegende Funktion zu finden. Der Fehler, der aus diesen Approximationen erwächst, ist aber prozentual nicht so groß. Denn die Approximationsfunktionen besitzen selbst in dem Intervall, in dem das Nebenmaximum liegt, ein solches, und die Nebenmaxima verschwinden bei vielen Eigenfunktionen gegen das Hauptmaximum.

4. Als Eigenfunktionen des Kontinuums wurden immer die Wasserstoffeigenfunktionen benutzt. Auch diese Tatsache ist bedenklich, was man sich leicht an Hand der Atomfelder für die einzelnen Alkalien klarmacht.

---

<sup>1)</sup> B. Trumpy, ZS. f. Phys. **61**, 54, 1930.



**Bemerkung zu meiner Arbeit:  
„Neubestimmung der elektrischen Elementarladung“<sup>1)</sup>.**

Von **Erwin Schopper** in Stuttgart.

(Eingegangen am 8. März 1935.)

Das Normalelement, das für die im Titel genannte Arbeit verwendet wurde, konnte aus äußeren Gründen nicht während der eigentlichen Messung mit dem Spannungsnormalelement der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, Berlin-Charlottenburg, verglichen werden. Eine im Februar 1935 vorgenommene Nacheichung in Berlin ergab einen um  $6,2^0_{00}$  zu kleinen Wert der EMK.

Einen Anhalt über den zeitlichen Abfall der EMK lieferte folgender Vergleich: Im November 1934 wurde ein Präzisionsvoltmeter (Norma Wien, 1000 Ohm pro Volt,  $\pm 0,2^0_{00}$  reproduzierbar abzulesen) mit Hilfe dieses Normalelementes (I) geeicht. Mit einem im Februar 1935 von der PTR. geprüften Normalelement (II) wurde diese Eichung wiederholt. Der Vergleich beider Eichungen ergab, daß im November 1934 Normalelement I um  $(4,6 \pm 0,2)^0_{00}$  zu niedrige EMK besaß, gegenüber  $6,2^0_{00}$  im Februar 1935. Es zeigte also in den letzten 4 Monaten eine Abnahme der EMK um  $1,6^0_{00}$ .

Zur Zeit meiner Messungen, im September 1933, war die Abweichung vom Normalwert also sicher beträchtlich kleiner als  $4,6^0_{00}$ , vielleicht sogar gering. Immerhin ist eine Extrapolation auf diesen Zeitpunkt ganz unsicher.

Durch dieses unerwartete Verhalten des Normalelementes<sup>2)</sup> wird die angegebene Genauigkeit des Wertes der Elementarladung beeinträchtigt. Da andererseits die Messung gezeigt hat, daß die gewählte Methode einer erheblichen Präzision fähig ist, wird sie, im besonderen auch mit eigener Bestimmung der Umladungseffekte der  $\alpha$ -Teilchen, wiederholt werden.

*Stuttgart, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule.*

---

<sup>1)</sup> E. Schopper, ZS. f. Phys. **93**, 1, 1935. — <sup>2)</sup> Im Jahre 1921 angeschafft.

## Die optischen Konstanten von Rhenium und Gallium für die Wellenlängen $\lambda = 589 \text{ m}\mu$ und $\lambda = 436 \text{ m}\mu$ .

Von **Herbert Lange** in Dresden.

Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 6. März 1935.)

Durch Beobachten des Schwingungszustandes des am vorgelegten Material reflektierten Lichtes werden die optischen Konstanten von massivem Rhenium und Gallium für die Wellenlängen 589 und 436 m $\mu$  bestimmt; am Rhenium wird der Einfluß der Oberflächenbeschaffenheit auf die optischen Konstanten durch Messungen an geschmirgelter, gefeilter und mit Wiener Kalk polierter Fläche untersucht. Messungen an Quecksilber zeigen gute Übereinstimmung mit den von anderer Seite erhaltenen Ergebnissen.

### *Versuchsanordnung.*

Für die Messungen wurde ein Meyersteinsches Spektrometer verwendet. Sein Spalt wurde durch ein Loch von 1 mm Durchmesser ersetzt, das die unendlich ferne Lichtquelle bildete, deren paralleles natürliches Licht durch einen Polarisator (Nicolisches Prisma) in linear polarisiertes umgewandelt wurde, dessen Schwingungsebene unter 45° gegen die Einfallsebene geneigt war. Das durch Reflexion am vorgelegten Material elliptisch polarisierte Licht wurde durch ein Fernrohr beobachtet; die Phasendifferenz  $\Delta$  der zur Einfallsebene parallelen Komponente gegen die zur Einfallsebene senkrechte Komponente konnte durch einen Kompensator nach Babinet-Soleil beseitigt werden, das Azimut  $\varrho$  der wiederhergestellten Polarisation wurde durch einen Analysator (Nicolisches Prisma) gemessen.

Als Lichtquelle für die gelbe Linie diente eine Natriumkleinlampe der Firma Osram. Die blaue Linie wurde aus dem Licht einer Quarzquecksilberlampe von Heraeus durch ein Spezialfilter der Firma Zeiss zusammen mit einem BG 3-Glas von Schott ausgefiltert. Es wurden für eine große Anzahl von Einfallswinkeln  $\Delta$  und  $\varrho$  als Mittel der Mittelwerte aus je 10 Ablesungen in jeder der 8 möglichen Kombinationen Polarisator—Analysator bestimmt. Die optischen Konstanten wurden daraus nach den Drudeschen Formeln<sup>1)</sup> berechnet. Polarisator und Analysator wurden vor jeder Meßreihe geeicht, der Kompensator wurde zu Beginn und am Schluß jeder Meßreihe geeicht und das Mittel zur Rechnung verwendet.

<sup>1)</sup> P. Drude, Wied. Ann. **39**, 481, 1890.

## Messungen.

*Rhenium.* Dem Verfasser stand ein Stück Rhenium in Form eines kleinen gepreßten und gesinterten Blockes von etwa  $2,8 \times 2,7 \times 17 \text{ mm}^3$  zur Verfügung. Durch längeres Schmirgeln mit feinstem Schmirgelpapier (Nr. 0000) ließ sich ein brauchbarer Spiegel herstellen, dessen Kratzer

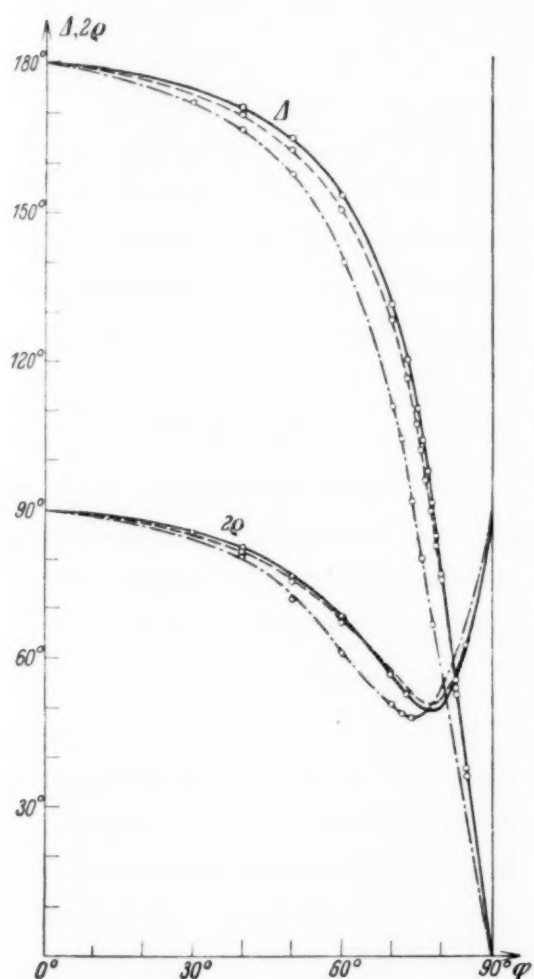


Fig. 1. Einfluß der Oberflächenbeschaffenheit des *Rheniums* auf Phasendifferenz  $\Delta$  und Azimut  $\varphi$  bei  $\lambda = 589 \text{ m}\mu$ . — Fläche geschmirgelt. ---- Fläche mit Wiener Kalk poliert. -.-.- Fläche gefeilt. (In der Nähe des Minimums sind der Deutlichkeit halber die sehr zahlreichen Meßpunkte nicht eingetragen.)

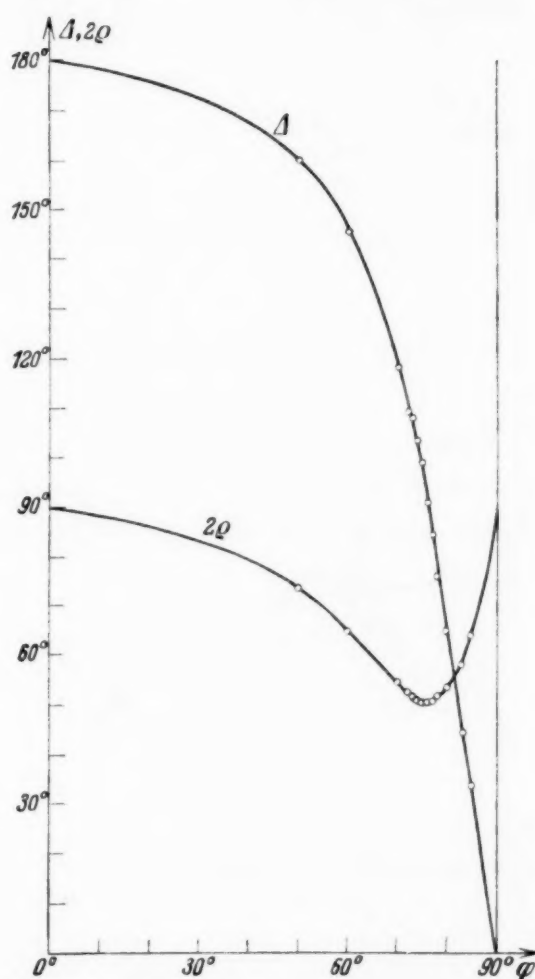


Fig. 2.  $\lambda = 436 \text{ m}\mu$ ; Phasendifferenz  $\Delta$  und Azimut  $\varphi$  des *Rheniums* in Abhängigkeit vom Einfallswinkel  $\varphi$ .

kaum noch mit bloßem Auge zu erkennen waren. Das Schmirgeln wurde deshalb allen anderen Polierverfahren vorgezogen, weil durch die Versuche von Raether<sup>1)</sup>, French<sup>2)</sup> und Finch, Quarrell und Roebuck<sup>3)</sup> er-

<sup>1)</sup> H. Raether, ZS. f. Phys. **86**, 82, 1933. — <sup>2)</sup> R. C. French, Proc. Roy. Soc. London (A) **140**, 637, 1933. — <sup>3)</sup> G. I. Finch, A. G. Quarrell and J. S. Roebuck, ebenda **145**, 676, 1934.

wiesen scheint, daß dabei im Gegensatz zu anderen Methoden die kristalline Struktur des Materials nicht geändert wird. Stellt man die Kratzer parallel zur Einfallsebene, so wird man nahezu normale Werte erhalten.

Um die Einflüsse von Politur und Poliermittel zu verfolgen, wurde bei  $\lambda = 589 \text{ m}\mu$  noch je eine Meßreihe für eine mit einer ungebrauchten Stahlfeile gefeilte und eine mit Wiener Kalk polierte Fläche vorgenommen.

Die folgenden Figuren enthalten die relative Phasendifferenz  $\Delta$  (wobei  $\Delta$  für senkrechten Einfall zu  $180^\circ$ , für streifenden Einfall zu  $0^\circ$  angenommen worden ist) und das Azimut  $\varrho$  für die verschiedenen Einfallswinkel  $\varphi$ . Für die daraus berechneten optischen Konstanten gelten die Bezeichnungen:

- $n$  Brechungsexponent,
- $nz$  Absorptionskoeffizient,
- $R$  Reflexionsvermögen,
- $\bar{\varphi}$  Haupteinfallswinkel,
- $\bar{\varrho}$  Hauptazimut.

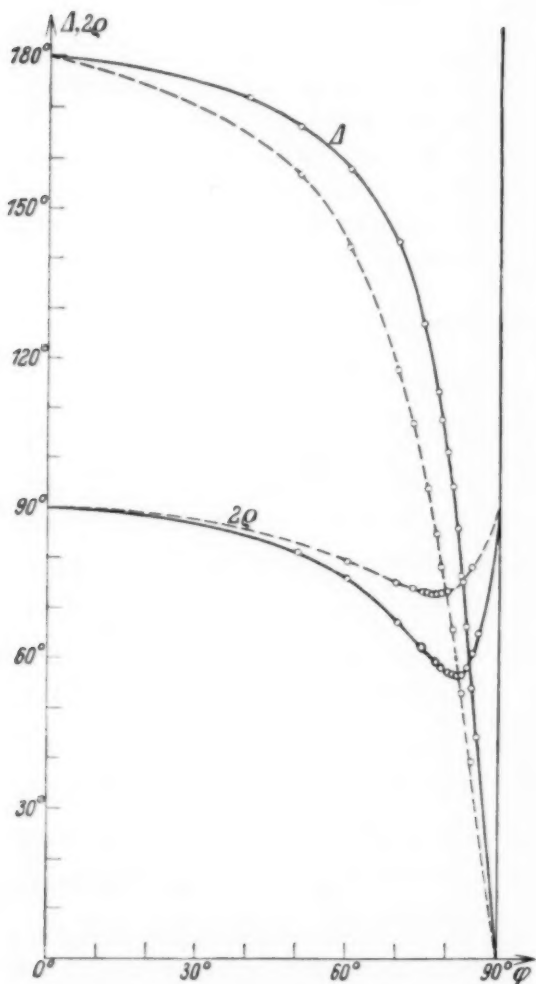


Fig. 3. Phasendifferenz  $\Delta$  und Azimut  $\varrho$  des Galliums in Abhängigkeit vom Einfallswinkel  $\varphi$ .  
—  $\lambda = 589 \text{ m}\mu$ . ----  $\lambda = 436 \text{ m}\mu$ .

Die Kurven (Fig. 1) zeigen ähnlichen Einfluß der Oberflächenbeschaffenheit auf die optischen Konstanten, wie er von Drude<sup>1)</sup> und Hauschild<sup>2)</sup> beobachtet worden ist. Die gefeilte Fläche gibt infolge ihrer mangelhaften Politur erheblich kleinere Konstanten als die geschmirgelte und die polierte. Durch Wiener Kalk wurde die Fläche ein wenig ver-

unreinigt, wie das Zurückgehen der Phasendifferenz gegenüber der geschmirgelten Fläche zeigt. Durch Schmirgeln erhält man die größten Konstanten, deshalb dürften diese Werte den wahren Werten des kristallinen Materials am nächsten kommen und nur wenig kleiner sein.

<sup>1)</sup> P. Drude, a. a. O. — <sup>2)</sup> H. Hauschild, Ann. d. Phys. **63**, 816, 1920.



*Gallium.* Das Gallium stand dem Verfasser in einigen kleinen matt-silberglänzenden Kristallen zur Verfügung. Um eine ebene, gut spiegelnde Fläche zu erhalten, wurde ein Tropfen geschmolzenen Galliums zwischen zwei sauberen Deckgläschen breitgedrückt und nach dem Abkühlen von der Seite her mit einer Spur festen Galliums geimpft. Die langsam fortschreitende Kristallisation war gut mit dem Auge zu verfolgen; manchmal bildeten sich recht große Kristallflächen unter dem Glase aus. Schien eine solche Fläche (von etwa 8 bis 10 mm<sup>2</sup>) für die Messungen geeignet, dann wurde das obere Deckglas vorsichtig abgehoben. Die übrige Fläche wurde mit schwarzem Papier abgedeckt.

Die gemessenen Werte von Phasendifferenz und Azimut für verschiedene Einfallswinkel sind in Fig. 3 eingetragen.

*Quecksilber.* Um die Zuverlässigkeit der Apparatur zu prüfen, wurden am Quecksilber, dessen optische Konstanten wiederholt bestimmt worden sind, für  $\lambda = 589 \text{ m}\mu$  und  $\lambda = 436 \text{ m}\mu$  bei je einem Einfallswinkel Messungen vorgenommen; bei Quecksilber ist es verhältnismäßig einfach, eine saubere Oberfläche herzustellen. Zum Vergleich sind neben den Werten des Verfassers früher bestimmte Werte angegeben. Es wurde gemessen:

$\lambda$ . . . . .	589 m $\mu$	436 m $\mu$
$\varphi$ . . . . .	73° 3'	75° 2'
$\Delta$ . . . . .	119° 29'	89° 35'
$2\varrho$ . . . . .	73° 59'	76° 21'

	589 m $\mu$			436 m $\mu$	
		Drude <sup>1)</sup>	Meese <sup>2)</sup>		Brian O'Brien <sup>3)</sup>
$n$ . . . . .	1,67	1,73	1,63	0,878	0,88
$n_{\infty}$ . . . . .	4,90	4,96	4,91	3,36	3,47
$R$ . . . . .	78,5 %	78,4 %	—	77,6 %	77,1 %
$\bar{\varphi}$ . . . . .	79° 24'	79° 34'	—	75° 13'	—
$2\bar{\varrho}$ . . . . .	71° 45'	71° 18'	—	76° 21'	—

Die Übereinstimmung ist gut. Es wurden keine besonderen Vorsichtsmaßregeln getroffen, um die Oberfläche während der Messung dauernd frisch zu erhalten.

<sup>1)</sup> P. Drude, a. a. O. — <sup>2)</sup> Nach Landolt-Börnstein, Phys.-Chem. Tabellen, II. Erg.-Bd., S. 713, 1931. — <sup>3)</sup> Nach Landolt-Börnstein, Phys.-Chem. Tabellen, I. Erg.-Bd., S. 470, 1927.

*Ergebnisse.*

Die aus den in den Abbildungen wiedergegebenen Werten von  $\Delta$  und  $2\varrho$  sich ergebenden optischen Konstanten sind nebst denen des Hg in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

	$\lambda$ m $\mu$	$n$	$n \times$	$R$ o/o	$\bar{\varphi}$	$2\bar{\varrho}$
Hg . . . . . {	589	1,67	4,90	78,5	79° 24'	71° 45'
	436	0,878	3,36	77,6	75 13	76 21
Re {		2,34	2,42	45,1	74 8	48 13
gefeilt . . . . . {	589	3,00	3,44	56,9	78 0	50 8
poliert mit Wiener Kalk		3,18	3,55	57,6	78 3	49 11
geschmirgelt . . . . . {	436	2,62	2,97	51,0	76 2	50 13
geschmirgelt . . . . . {	589	3,69	5,43	71,3	81 28	56 21
Ga . . . . . {	436	1,26	3,94	75,6	77 3	73 4

Dresden, Physikal. Inst. d. Techn. Hochschule, den 28. Februar 1935.

## Zur Theorie der Ionenverfestigung.

Von **Th. Neugebauer** in Budapest.

(Eingegangen am 12. März 1935.)

Es wird gezeigt, daß man die bei Ionenkristallen beobachtete Refraktionsverminderung mit Hilfe einer für die Berechnung von Gitterkonstanten ausgearbeiteten Methode zur Bestimmung der Polarisationsenergie erklären kann. Dieselbe rührt davon her, daß die Elektronenwolke des Anions in die Wolke des Kations eindringt und darum der Wirkung eines stärkeren Feldes ausgesetzt ist. Das mit Hilfe von Punktladungen berechnete Feld ist dagegen zur Erklärung des beobachteten Effektes um eine Größenordnung zu klein. Eine empirische Formel von K. Fajans wird hergeleitet.

Seit den umfangreichen Untersuchungen von K. Fajans und G. Joos<sup>1)</sup> ist es bekannt, daß die Refraktion der Ionen keine Konstante ist, sondern sich bei der Molekel- und Kristallgitterbildung ändert. Bezüglich der Refraktionsverminderung im Kristallgitter sind besonders die Alkalihalogenide eingehend untersucht. Für die analoge Erscheinung bei Molekeln sind die Halogensäuren die bekanntesten Beispiele<sup>2)</sup>. Die Refraktion der freien Ionen haben Fajans und Joos aus den Refraktionsmessungen an den entsprechenden Elektrolytlösungen entnommen. Diese ist nämlich gegenüber der Refraktion der freien gasförmigen Ionen kaum verändert, weil die Polarisierbarkeit des Wassers nur gering ist. M. Born und W. Heisenberg<sup>3)</sup>, sowie L. Pauling<sup>4)</sup> haben nach halbempirischen Methoden die Polarisierbarkeiten bestimmt. Da aber die Abweichungen in den Zahlenangaben der genannten Autoren nur unbedeutend sind, so sind diese auf unseren weiteren Gedankengang ohne Einfluß.

Die Erscheinung ist kurz die folgende: Durch die positive Ladung des Kations wird die Elektronenwolke des stark polarisierbaren Anions verfestigt, was die erwähnte Refraktionsverminderung verursacht. Die entgegengesetzte Erscheinung, die Lockerung des Kations durch das Anion, kommt auch vor, ist aber wegen der meistens viel kleineren Polarisierbarkeit des Kations viel schwerer zu beobachten. Doch entsteht bei dieser Erklärung die folgende

---

<sup>1)</sup> K. Fajans u. G. Joos, ZS. f. Phys. **23**, 1, 1924; K. Fajans, ZS. f. phys. Chem. (B) **24**, 103, 1934. — <sup>2)</sup> Vgl. Geiger-Scheel, Handb. d. Physik 2. Aufl., Bd. XXIV/2, S. 943, und E. A. van Arkel u. J. H. de Boer, Chemische Bindung als elektrostatische Erscheinung. S. 92. — <sup>3)</sup> M. Born u. W. Heisenberg, ZS. f. Phys. **23**, 388, 1924. — <sup>4)</sup> L. Pauling, Proc. Roy. Soc. London (A) **114**, 191, 1927.

Schwierigkeit: Die Alkalihalogenide kristallisieren im NaCl- und CsCl-Typ. In beiden Gitterarten ist jedes Ion von den entgegengesetzt geladenen Ionen so symmetrisch umgeben, daß bei der Berechnung der Polarisationsenergie nicht nur das dem homogenen Felde entsprechende Glied

$$E = \frac{1}{2} \alpha \mathfrak{E}^2 = \frac{1}{2} \alpha \frac{e^2}{\delta^4}$$

verschwindet — dazu genügt schon, daß zwei Ionen gleichen Vorzeichens sich gegenüberliegen sollen —, sondern außerdem wegen der räumlichen Symmetrie auch noch das nächste Glied der Reihenentwicklung der Polarisationsenergie, das mit  $\delta^{-6}$  proportional ist<sup>1)</sup>, so daß das erste nichtverschwindende Glied mit  $\delta^{-10}$  multipliziert ist. Das ist jedoch zur Erklärung der beobachteten Ionendeformationen, wie wir es zeigen werden, viel zu klein. Da sich aber die Elektronenwolken der Ionen im Kristallgitter teilweise überlappen und darum Teile der Wolken sich unter der Wirkung einer teilweise nicht mehr abgeschirmten Kernladung befinden, kann diese zusätzliche polarisierende Kraft zur Erklärung der beobachteten Ionendeformationen herangezogen werden<sup>2)</sup>. Ziel dieser Arbeit ist, zu zeigen, daß man mit Hilfe der numerischen Angaben für KCl (l. c. I und II) und LiBr (l. c. III) die Größenordnung des hier zu erwartenden Effektes abschätzen und mit der Erfahrung vergleichen kann.

Die Berechnung der Veränderung der optischen Polarisierbarkeit infolge des im Kristallinnern vorhandenen Feldes, ist ganz analog der Theorie des Voigtschen Anteiles beim Kerr-Effekt<sup>3)</sup>, doch ist in unserem Falle das Feld stark inhomogen. Da es sich aber nur um die Abschätzung der Größenordnung eines Effektes handelt, wollen wir, um die Rechnungen zu vereinfachen, statt der optischen die statische Polarisierbarkeit benutzen. Also ist

$$\alpha = \sum_{s'} \frac{2 |P(ss')|^2}{h \nu(s's)}, \quad (1)$$

wo  $\alpha$  die Polarisierbarkeit,  $P(ss')$  und  $\nu(s's)$  das zum Quantensprung  $s \rightarrow s'$  gehörende Moment bzw. die Frequenz bedeuten.

<sup>1)</sup> L. G. Carpenter u. L. G. Stoodley, Phil. Mag. **5**, 583, 1928 und l. c. II.  
— <sup>2)</sup> Dieselbe Methode kann man bei der Berechnung der Gitterkonstante und Gitterenergie von Ionenkristallen zur Bestimmung der Polarisationsenergie, die in diesem Falle ein Korrektionsglied ist, anwenden. Vgl. Th. Neugebauer u. P. Gombás, ZS. f. Phys. **89**, 480, 1934; Th. Neugebauer, ebenda **90**, 693, 1934; P. Gombás, ebenda **92**, 796, 1934. Im folgenden mit l. c. I, l. c. II und l. c. III zitiert. Es sei noch erwähnt, daß man diese Polarisation als einen ganz kleinen Übergang von der heteropolaren Bindung zur homöopolaren auffassen kann. — <sup>3)</sup> Th. Neugebauer, ZS. f. Phys. **82**, 660, 1933; **86**, 392, 1933.



Die Refraktion ist folgendermaßen definiert:

$$R = \frac{4\pi N}{3} \alpha, \quad (2)$$

wo  $N$  die Loschmidtsche Zahl ist.

Im Kristallgitter werden auch das Übergangsmoment und die Frequenz verändert. Darum müssen wir (1) nach diesen Größen in Reihen entwickeln. Um die Rechnungen zu vereinfachen, benutzen wir bei der Entwicklung nach  $P$  dieselbe Umformung, wie in l. c. I, also schreiben wir

$$\alpha = \frac{2 P^2(ss)}{h \bar{\nu}}, \quad (3)$$

wo jetzt  $\bar{\nu}$  einen Frequenzmittelwert bedeutet. Ferner können wir im Zähler  $P^2(ss)$ , das das Matrixelement des Quadrates von  $ez$  ist, selbst als Quadrat eines Momentes auffassen und danach entwickeln, also

$$(\Delta\alpha)_1 = \frac{4 P \Delta P}{h \bar{\nu}}. \quad (4)$$

$\Delta P$  können wir jetzt leicht mit den berechneten Polarisationsenergien in Zusammenhang bringen. Wir betrachten den eintauchenden Teil der Wolke des Anions und bezeichnen seine Polarisierbarkeit mit  $\beta$  und nehmen weiter an, daß wir das Feld im Innern der Wolke des Kations durch ein mittleres homogenes Feld  $\mathfrak{E}$  ersetzen können, dann wird also

$$W = \frac{1}{2} \beta \mathfrak{E}^2$$

und

$$\Delta P = \beta \mathfrak{E},$$

daher

$$\Delta P = 2 \frac{W}{\mathfrak{E}}. \quad (5)$$

Somit haben wir das infolge der Polarisationsenergie  $W$  mögliche maximale Moment berechnet, das wir in (4) einsetzen. Die Größenordnung der Feldintensität  $\mathfrak{E}$  nehmen wir gleich  $e/a_H^2$  an, wo  $e$  die Ladung des Elektrons und  $a_H$  der Bohrsche Wasserstoffradius ist. Für die Größenordnung der Refraktionsverminderung von  $\text{Cl}^-$  im  $\text{KCl}$ -Kristall erhalten wir, wenn wir für  $W$  die l. c. I oder II berechnete Polarisationsenergie, die rund  $0,03 e^2/a_H$  ist (in Hartreeschen Einheiten) und für  $P$   $10^{-18}$  CGS einsetzen, außerdem für  $h \bar{\nu}$  die Elektronenaffinitätsenergie des  $\text{Cl}^-$  benutzen, die gleich  $6 \cdot 10^{-12}$  erg ist,

$$(\Delta R)_1 \sim 0,25,$$

also einen Wert, der nach der Tabelle von Fajans und Joos von der erwarteten Größenordnung ist.

Tabelle 1. Die Refraktionsverminderung der Alkalihalogenide nach Fajans und Joos.

Die angegebenen Zahlenwerte beziehen sich auf  $R_{\text{Lös.}} - R_{\text{fest}} = \Delta R$ .

	F	Cl	Br	J
Li . . . . .	0,04	0,99	1,69	2,84
Na . . . . .	— 0,02	0,68	1,31	2,37
K . . . . .	— 0,13	0,38	0,92	1,72
Rb . . . . .	— 0,36	0,03	0,47	1,11
Cs . . . . .	— 0,47	0,01	0,45	1,21

Die Entwicklung nach den Frequenzen ergibt:

$$(\Delta \alpha)_2 = - \sum_{s'} \frac{2 |P(s's)|^2 \Delta \nu(s's) \mathfrak{E}^2}{h \nu_0^2(s's)}, \quad (6)$$

wo wir  $\nu(s's) = \nu_0(s's) + \Delta \nu \mathfrak{E}^2$  gesetzt haben. (6) formen wir ganz analog wie im vorigen Falle um und erhalten

$$(\Delta \alpha)_2 = - \frac{2 P^2(ss)}{h \nu^2} \Delta \nu \mathfrak{E}^2; \quad (7)$$

da aber  $\Delta \nu \mathfrak{E}^2$  von der Größenordnung von  $W/h$  ist, so erhalten wir weiter

$$(\Delta \alpha)_2 \sim \frac{2 P^2(ss) \cdot W}{h^2 \nu^2}. \quad (8)$$

Eine analoge Abschätzung der Größenordnung wie im vorigen Falle gibt für  $\text{Cl}^-$  im KCl-Kristall

$$(\Delta R)_2 \sim 0,18.$$

Dieser zweite Teil unseres Gedankenganges ist den klassischen Rechnungen von K. F. Herzfeld und K. L. Wolf<sup>1)</sup> analog.

Außer für den KCl-Kristall liegen noch Berechnungen der Polarisationsenergie für den LiBr-Kristall nach l. c. III vor. Danach ist für das  $\text{Br}^-$ -Ion

$$W = 0,0132 \frac{e^2}{a_{\text{H}}}$$

und die Elektronenaffinitätsenergie

$$h\nu = 5,6 \cdot 10^{-12} \text{ erg.}$$

Mit Hilfe dieser Zahlenangaben erhalten wir

$$(\Delta R)_1 \sim 0,12$$

und

$$(\Delta R)_2 \sim 0,07.$$

<sup>1)</sup> K. F. Herzfeld u. K. L. Wolf, Ann. d. Phys. **78**, 35, 195, 1925; vgl. auch P. Wulf, ZS. f. phys. Chem. (B) **25**, 177, 1934.

Die Refraktionsverminderung würde also danach kleiner sein als beim KCl; die Tabelle von Fajans und Joos ergibt dagegen einen viel größeren Wert. Dieser scheinbare Widerspruch löst sich aber, wenn wir bedenken, daß wir erstens in beiden Fällen für  $P$  einfach  $10^{-18}$  CGS eingesetzt haben, in Wirklichkeit aber die Wolke vom  $\text{Br}^-$  größer als die vom  $\text{Cl}^-$  ist, zweitens sitzen die kleinen  $\text{Li}^+$ -Ionen in der Wolke des großen  $\text{Br}^-$ -Ions eben dort, wo dessen Wolke am lockersten ist und sie darum dort sehr stark verfestigend wirken, dagegen können die relativ großen  $\text{K}^+$ -Ionen nicht so weit in die Wolke vom  $\text{Cl}^-$  eindringen. Diese Feinheiten kann aber eine Methode, die nur die Abschätzung der Größenordnung gestattet, nicht aufdecken. Wir können aber unsere Abschätzung noch so korrigieren, daß wir bei der Berechnung von  $\mathfrak{E}$  für  $r$  nicht  $a_{\text{H}}$ , sondern einen im Verhältnis der Ionenradien des  $\text{K}^+$  und des  $\text{Li}^+$  verkleinerten Wert einsetzen, dann erhalten wir

$$(\Delta R)_1 \sim 0,58.$$

Außerdem wird im inhomogenem Felde die Ladung infolge der Polarisierung an so einen Ort verschoben, wo die Feldintensität größer ist, daraus folgt wieder eine zusätzliche Verschiebung usw. In der Elektronenwolke des anderen Ions wird zwar die Fermi-Abstoßung diesen Verschiebungen entgegenwirken, immerhin ist es wahrscheinlich, daß die Polarisationsenergie in Wirklichkeit größer als die berechnete ist.

Eine wichtige Frage ist noch, ob zur Refraktionsverminderung auch die van der Waalsschen Kräfte etwas beitragen können. Unsere Rechnungen zeigen, daß nach (5)  $\Delta P$  von diesen nicht beeinflußt werden kann, weil es linear von  $\mathfrak{E}$  abhängt und die van der Waalsschen Kräfte von einem schnell alternierenden elektrischen Felde herrühren. Dagegen können diese Kräfte etwas zu dem Gliede beitragen, welches von der Entwicklung nach  $\nu$  herrührt, weil die Feldstärke in diese Formel quadratisch eingeht. Doch ist es nicht wahrscheinlich, daß dieser Einfluß bedeutend sein muß. Die Ionenverfestigung zeigt einen systematischen Gang mit Größe und Ladung der Kationen, und das alles könnten die van der Waalsschen Kräfte nicht erklären.

Das mit  $\delta^{-10}$  proportionale Glied der Polarisationsenergie, welches nicht von der Überdeckung der Elektronenwolken herrührt, sondern das erste nichtverschwindende Glied der Reihenentwicklung ist, wenn man mit punktförmigen Ionen rechnet, könnte unmöglich die Größenordnung des hier erwarteten Effektes erklären, weil es nach l. c. I<sup>1)</sup> um eine ganze Größenordnung kleiner, als die von der Überdeckung herrührenden Glieder ist.

<sup>1)</sup> Dort mit  $U_{P_2}$  bezeichnet.

Außer bei Kristallen, können wir auch noch bei heteropolaren Molekeln die Verfestigung abschätzen. Diese ist aber viel weniger interessant, weil bei Molekeln auch das vom parallelen Felde herrührende Glied auftritt und sogar als erstes Glied einer Reihenentwicklung die Hauptrolle spielt. Ein bekanntes Beispiel bezüglich dieser Erscheinung ist die Salzsäure. Für Cl<sup>-</sup> haben wir  $R = 9$ , dagegen für HCl,  $R = 6,67^1)$ . Die gesamte Polarisationsenergie ist in der Salzsäuremolekel gleich  $0,25 e^2/a_H^2)$ . Mit diesem Wert erhalten wir für den maximalen Wert der Refraktionsverminderung

$$(\Delta R)_1 \sim 2,1,$$

also wieder eine größenordnungsmäßige Übereinstimmung mit der Erfahrung.

Es gibt zwei interessante Beobachtungen, daß erstens nach K. Fajans<sup>3)</sup> im CsCl-Typ die beobachtete Refraktionsverminderung größer als im NaCl-Typ ist; zweitens, daß die Ionen der Nebengruppe, die in der äußeren Schale nicht acht, sondern achtzehn Elektronen haben, viel stärker verfestigend wirken. Beide Erscheinungen können wir nach der Theorie der Polarisation infolge Überdeckung der Elektronenwolken erklären. Im CsCl-Typ hat ein Ion mehr Nachbarn, wird also von mehr Ionen polarisiert, und diese Überdeckungspolarisationen sind einfach additiv, weil die gegenseitige Beeinflussung von zwei Wolken, die in dasselbe Ion eindringen, jedenfalls sehr gering sein wird. Die zweite Beobachtung erklärt sich dagegen so, daß infolge der größeren Elektronendichte in einem Ion der Nebengruppe, die Abschirmung des Kernes beim Eindringen viel schneller abnimmt und darum die polarisierende Wirkung größer ist. Das von den punktförmig gedachten Ionen herrührende Glied der Feldstärke könnte dagegen diese Beobachtungen nicht einmal qualitativ erklären, da ja z. B. die Polarisationsenergie desto kleiner sein müßte, von je mehr Nachbarn das Ion symmetrisch umgeben ist.

Nach den Untersuchungen von K. Fajans, H. Kohner und W. Geffcken<sup>4)</sup> beobachtet man in Lösungen mit zunehmender Konzentration eine immer größer werdende Refraktionsverminderung der Ionen. Da aber in einer Lösung die Ionen nicht so symmetrisch wie in einem Kristallgitter angeordnet sind, sondern eben die Bildung von temporären Molekeln aus zwei Ionen eine häufige Erscheinung sein wird, so muß in diesem Falle auch die gewöhnliche Polarisation eine große Rolle spielen.

<sup>1)</sup> M. Born u. W. Heisenberg, l. c. — <sup>2)</sup> P. Gombás u. Th. Neugebauer, ZS. f. Phys. **92**, 375, 1934. — <sup>3)</sup> K. Fajans, ZS. f. phys. Chem. **130**, 724, 1927. — <sup>4)</sup> K. Fajans, H. Kohner u. W. Geffcken, ZS. f. Elektrochem. **34**, 1, 1928 und K. Fajans, ebenda, S. 502. Die neueste Literatur über diese Frage ist bei W. Geffcken u. D. Price, ZS. f. phys. Chem. (B) **26**, 81, 1934, zu finden.



Zum Schluß sei noch erwähnt, daß nach K. Fajans (l. c.) die Refraktionsverminderung des Anions der Alkalihalogenide durch die Formel

$$\Delta R_a = C \frac{R_a^2}{\delta^4}$$

in guter Näherung dargestellt wird.  $C$  bedeutet hier einen Faktor der annähernd konstant ist. Bei Lithiumhalogeniden z. B. ändert sich dieser Faktor von  $C = 0,96$  bis  $0,78$ . Bei den übrigen Alkalihalogeniden ist die Veränderlichkeit dieser Konstante noch geringer.

Es fragt sich nun, ob wir die Richtigkeit dieser Formel theoretisch einsehen können. In (4) ist  $\Delta P$  proportional der Polarisierbarkeit des in das Kation eindringenden Teiles der Elektronenwolke des Anions, und dieser wird mit großer Annäherung der Polarisierbarkeit des ganzen Anions proportional sein. Wenn wir noch annehmen, daß der Differentialquotient von  $\alpha$  nach  $P$  ebenfalls proportional  $\alpha$  ist, so haben wir das Auftreten des Faktors  $R_a^2$  in (9) theoretisch begründet. (4) ist außerdem mit  $\mathfrak{E}$  multipliziert, und es fragt sich, welcher Potenz von  $\delta$   $\mathfrak{E}$  in der Elektronenwolke des Kations umgekehrt proportional ist. In l. c. II fanden wir, daß die ganze Polarisationsenergie proportional  $\delta^{-8}$  ist, daraus folgt, daß die Feldstärke mit der Entfernung wie  $\delta^{-4}$  abnimmt in Übereinstimmung mit (9). Die übrigen in (4) vorkommenden Größen sind alle konstant und können deswegen in der Konstante  $C$  zusammengefaßt werden. Selbstverständlich ist die Abhängigkeit der Polarisationsenergie von  $\delta$  ein sehr kompliziertes Problem und es könnten auch analytisch anders aussehende Funktionen die Abhängigkeit von der Polarisationsenergie  $W$  und  $\delta$  beschreiben. Die angenäherte Gültigkeit von (9) spricht aber auch für die l. c. II benutzte Näherung bei der Berechnung der Polarisationsenergie.

*Budapest, Institut f. theoret. Physik d. Universität, März 1935.*

## Der Advektionsmechanismus der atmosphärischen Druckschwankungen.

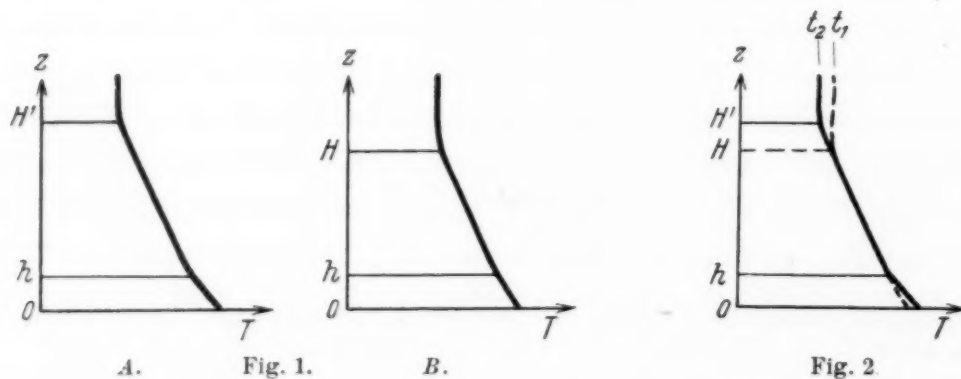
Von **Hans Ertel**, Berlin und **Sjan-zi Li**, Peiping, z. Zt. Berlin.

Mit 8 Abbildungen. (Eingegangen am 20. März 1935).

Im Anschluß an eine Diskussion des Begriffs der Advektion sowie der speziellen und der allgemeinen Advektionstheorie von C. G. Rossby weisen wir in der allgemeinen Advektionstheorie von Rossby einen Fehler nach, der in den Anwendungen dieser Theorie auf die großen stratosphärischen Restglieder führt. Wir entwickeln eine neue Theorie der Advektion, die durch Vermeidung dieses Fehlers die stratosphärischen Restglieder reduziert. Anwendungen der neuen Advektionstheorie bestätigen die Ansichten v. Fickers über den atmosphärischen Advektionsmechanismus.

**1. Begriff der Advektion.** Aerologische Simultanaufstiege zur Zeit  $t_1$  an zwei Orten  $A$  und  $B$  mögen die in Fig. 1 dargestellten Temperaturverteilungen (Temperatur  $T$  als Funktion der Höhe  $z$ ) ergeben haben.

Nehmen wir an, daß der Ort  $B$  auf der Trajektorie (Bahn) der zur Zeit  $t_1$  über dem Ort  $A$  befindlichen Luftsäule liegt, so daß diese Luftsäule, in der in allen Höhen die gleiche Windgeschwindigkeit (nach Größe und Richtung) herrschen möge, zu einer Zeit  $t_2$  über  $B$  eintreffen muß.



Wenn der Aufbau der Luftsäule sich während dieser Wanderung in der Zeit  $t_2 - t_1$  nicht geändert hat, muß ein aerologischer Aufstieg zur Zeit  $t_2$  in  $B$  jetzt die gleiche vertikale Temperaturverteilung ergeben, wie der Aufstieg zur Zeit  $t_1$  in  $A$ . Stellen wir nun die beiden Aufstiege zu den Zeiten  $t_1$  und  $t_2$  in  $B$  in einem Diagramm zugleich dar, so läßt dieses Diagramm erkennen (Fig. 2), daß in gewissen Schichten (z. B. von 0 bis  $h$  und oberhalb  $H$ ) „lokale“ Temperaturänderungen ( $\delta T$ ) aufgetreten sind (Erwärmung in der Schicht von 0 bis  $h$ ; Abkühlung oberhalb  $H$ , verbunden mit Hebung der Stratosphärenbasis  $H$  von  $H$  nach  $H'$ ), deren Ursache in horizontalen Luftmassentransporten zu suchen ist, die die ursprünglich

über  $B$  lagernde Luft durch Luftmassen anderer Temperatur ersetzen, ein Vorgang, für den sich in der Meteorologie der Ausdruck „Advektion“ eingebürgert hat.

Die Heranfuhr anders temperierter Luft hat auch lokale Druckänderungen  $\delta p$  zur Folge. Ist beispielsweise (wie in Fig. 2) die Luft in der Stratosphäre überall durch kältere, dichtere (lokale Dichteänderung  $\delta \varrho$  positiv) ersetzt worden, so tritt ersichtlich im Niveau  $H$  Druckanstieg ( $\delta p > 0$ ) auf, der sich auch in den „advektionsfreien Raum“ (von  $h$  bis  $H$ ) hinein fortsetzt und erst unterhalb  $h$  durch die dort eintretende Erwärmung abgeschwächt wird. Nach der hydrodynamischen Kontinuitätsgleichung beträgt die lokale advektive Dichteänderung ( $\delta_a \varrho$ ) in der Zeit  $t_2 - t_1$

$$\delta_a \varrho = - \int_{t_1}^{t_2} \left( \frac{\partial \varrho}{\partial x} v_x + \frac{\partial \varrho}{\partial y} v_y \right) dt,$$

( $v_x, v_y$  = horizontale Komponenten der Windgeschwindigkeit), und in Verbindung mit der statischen Grundgleichung

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -g\varrho, \quad (1)$$

( $g$  = Schwerebeschleunigung) errechnet man daraus, daß die gesamte advektive Massenänderung  $\delta_a M = \int_z^\infty \delta_a \varrho dz$  oberhalb eines beliebigen Niveaus  $z$  in diesem Niveau einer Druckänderung

$$\delta \pi(z) = - \int_z^\infty \int_{t_1}^{t_2} g \left( \frac{\partial \varrho}{\partial x} v_x + \frac{\partial \varrho}{\partial y} v_y \right) dz dt \quad (2)$$

äquivalent ist, die also das „Druckäquivalent der advektiven Massenänderung oberhalb  $z$ “ darstellt und kurz „advektive Druckänderung“ genannt werden soll. In dem von uns betrachteten, durch die Fig. 1 und 2 illustrierten Vorgang ist  $\delta p = \delta \pi(z)$ , denn es wird infolge unserer Annahme, daß die Windgeschwindigkeit mit der Höhe nach Richtung und Größe konstant ist, eine im stabilen Gleichgewicht befindliche Luftsäule unverändert von  $A$  nach  $B$  transportiert. Nie wird dabei das Gleichgewicht in der Vertikalen gestört und es treten daher auch keine Vertikalverschiebungen auf.

Dieser Idealfall ist aber in der Atmosphäre so gut wie nie realisiert, vielmehr ändert sich gewöhnlich der Wind in der Vertikalen sowohl nach Größe und Richtung. Dann treten aber zu einer Zeit  $t$  in eine vertikale

Säule Luftmassen ein, die zur Zeit  $t - dt$  noch verschiedenen Luftsäulen angehörten und die daher untereinander nicht streng im Gleichgewicht sind. Es treten somit Vertikalverschiebungen auf, durch die sich die advektiv herangeführten Luftmassen ihren neuen Gleichgewichtslagen annähern. Jede Luftsäule befindet sich dann im „quasistatischen Gleich-

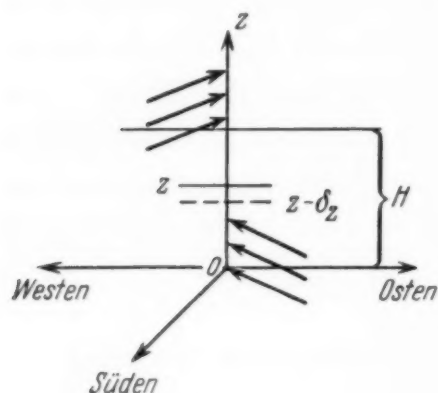


Fig. 3.

gewicht“, in dem noch immer die statische Grundgleichung (1) bis auf Abweichungen höherer Ordnung erfüllt ist<sup>1)</sup>.

Beispielsweise wird die Advektion warmer Luft in der unteren Troposphäre aus SE. verbunden mit gleichzeitiger Advektion kalter stratosphärischer Luft aus SW. zur Folge haben, daß die warmen troposphärischen Luftmassen durch die darüber aufsteigenden (Fig. 3) stratosphärischen Kaltluftmassen einer Kom-

pression unterworfen werden, durch die eine ursprünglich in der Höhe  $z$  liegende Schicht um ein von  $z$  abhängiges Stück  $\delta z < 0$  (nach abwärts) verschoben wird. Jetzt zeigt ein in der fixen Höhe  $z$  befindliches Barometer nicht die ursprüngliche advective Druckänderung  $\delta\pi$  an, sondern (da die Masse  $\rho\delta z$  unter das Niveau  $z$  hinuntergedrückt wird)

$$\delta p = \delta\pi + g\rho\delta z, \quad (3)$$

wobei für positives (negatives)  $\delta\pi$  die Verschiebung  $\delta z$  negativ (positiv) sein muß. Von den durch Gleichung (3) verknüpften Größen ist nur  $\delta p$  beobachtbar ( $g\rho$  bekannt); wäre  $\delta z$  berechenbar, so könnte auch die advective Druckänderung  $\delta\pi$  bestimmt werden. Dieses ist nun der Fall, wenn der thermodynamische Weg der Vertikalverschiebung bekannt ist oder wenigstens hypothetisch vorgegeben wird (Adiabate, Polytrope).

Es muß hier kurz die Frage gestreift werden, warum sich denn die Meteorologie nicht in „positivistischer Genügsamkeit“ mit den beobachtbaren lokalen Druckvariationen  $\delta p$  zufrieden gibt, sondern die Kenntnis der im allgemeinen nicht direkt meßbaren advectiven Druckänderung  $\delta\pi$  verlangt, selbst wenn die Erfüllung dieses Verlangens die Einführung einer Hypothese zur Voraussetzung hat? Der Grund liegt in unserem Kausalitätsbedürfnis; wir wollen die für die synoptische Meteorologie so wichtige Luftdruckänderung  $\delta p$  nicht einfach als „brutale Tatsache“

<sup>1)</sup> Die Auswertung aerologischer Beobachtungen (Registrierungen) beruht auf der hinreichenden Gültigkeit der statischen Grundgleichung.



hinnehmen, sondern wünschen sie aus ihren Ursachen heraus zu verstehen. Daß eine solche Forderung durchaus sinnvoll und notwendig ist, ergibt folgende Überlegung: Selbst wenn man nur zwei „Ursachen“ der Entstehung von Druckänderungen in einem Niveau  $z$  zuläßt, nämlich 1. Advektionsschwankungen ( $\pm \delta\pi$ ), oberhalb  $z$ , 2. Schwankungen der Wärmezufuhr ( $\pm \delta Q$ ) unterhalb  $z$ , so hat die Natur doch bereits fünf Möglichkeiten, eine bestimmte, etwa positive Druckänderung  $\delta p$  im Niveau  $z$  zu realisieren! ( $+\delta\pi; +\delta Q; +\delta\pi, +\delta Q; +\delta\pi, -\delta Q; -\delta\pi, +\delta Q$ ; wobei die letzten zwei Kombinationen allerdings gewissen einschränkenden Bedingungen unterliegen müssen, damit ein positiver Effekt zustande kommt). Also zum physikalischen Verständnis der Entstehung lokaler Druckschwankungen  $\delta p$  benötigen wir die advektive Druckänderung  $\delta\pi$ , und es ist gewiß kein Zufall, daß die Forderung nach einer Bestimmung der Advektion  $\delta\pi$  gerade in dem Zeitpunkt auftauchte, in dem durch die Arbeiten v. Fickers über die Konstitution zusammengesetzter Depressionen ein vertieftes Verständnis des Zyklonenmechanismus angebahnt wurde.

2. *Die Advektionstheorien von Rossby.* Die mathematische Behandlung des Advektionsproblems ließ dann auch nicht lange auf sich warten. Nach grundlegenden Vorarbeiten von Exner<sup>1)</sup>, Steiner<sup>2)</sup> und Haurwitz<sup>3)</sup> gab Rossby<sup>4)</sup> eine elegante Methode zur Berechnung der Advektion  $\delta\pi$ , zunächst allerdings nur für den einfachen Fall, daß Advektion nur oberhalb eines Niveaus  $H$  (z. B. Stratosphärenbasis) eintritt, mithin die Luftsäule unterhalb  $H$  ( $0 \leq z \leq H$ ) einen „advektionsfreien Raum“ darstellt. Es muß dann in diesem Raum die Vertikalverschiebung  $\delta z$  der Kontinuitätsgleichung  $\frac{\partial \delta z}{\partial z} = -\frac{d\varrho}{\varrho}$  genügen, und indem Rossby annimmt, daß die

Vertikalverschiebung adiabatisch erfolgt:  $\frac{d\varrho}{\varrho} = \frac{1}{\kappa} \frac{dp}{p}$ ,  $\kappa = c_p/c_v$ ) erhält er, weil  $dp$  hier durch das advektive Druckäquivalent  $\delta\pi = \text{const}$  ( $0 \leq z$

$\leq H$ ) gegeben ist:  $\delta z = -\frac{\delta\pi}{\kappa} \int_0^z \frac{dz}{p}$  und damit nach (3):

$$\delta p = \delta\pi \left( 1 - \frac{g\varrho}{\kappa} \int_0^z \frac{dz}{p} \right), \quad 0 \leq z \leq H. \quad (4)$$

<sup>1)</sup> F. M. Exner, Köppen-Heft der Ann. d. Hydrogr. u. marit. Meteorol., 1926, S. 20–26. — <sup>2)</sup> L. Steiner, Meteorol. ZS. 43, 271–276, 1926. — <sup>3)</sup> B. Haurwitz, ebenda 44, 253–260, 1927. — <sup>4)</sup> C. G. Rossby, Beitr. z. Phys. d. freien Atmosph., Bd. XIII, S. 164–174.

Diese Grundformel der Rossbyschen „speziellen Advektionstheorie“<sup>1)</sup> gestattet nun die Berechnung der Advektion oberhalb  $H$  aus der beobachteten lokalen Druckvariation  $\delta p$  im advektionsfreien Raum und kann umgekehrt dazu dienen, zu prüfen, ob die Voraussetzung eines advektionsfreien Raumes in einem speziellen Falle zulässig ist, indem in diesem Falle

$$\delta p / \left( 1 - g \frac{\rho}{\kappa} \int_0^z \frac{dz}{p} \right) = \text{const} = \delta \pi$$

sein muß. Rossby gibt hierzu z. B. folgendes Beispiel:

Tabelle 1. Druck- und Temperaturänderungen vom 11. bis 13. 4. 1912 über Trappes (Paris).

Meereshöhe km	$\delta p$ mm Hg	$\delta T$ °C	$\left( 1 - g \frac{\rho}{\kappa} \int_0^z \frac{dz}{p} \right)$	$\delta \pi$ mm Hg	$-\delta z$ m
0,170	+ 14	— 5,6	1,00	14	0
1	+ 11	— 2,6	0,93	12	10
2	+ 10	— 0,1	0,85	12	24
3	+ 9	+ 4,5	0,78	12	39
4	+ 8	+ 0,7	0,72	11	57
5	+ 8	+ 0,5	0,65	12	77
6	+ 7	+ 0,7	0,60	12	100
7	+ 6	+ 0,9	0,55	11	127
8	+ 6	+ 0,4	0,50	12	157
9	+ 5	+ 0,1	0,45	11	193
10	+ 4	+ 3,4	0,41	10	234
11	+ 5	+ 11,7	0,37	14	282
12	+ 5	+ 13,9	0,35	14	338

Hiernach muß also die beobachtete Bodendruckzunahme von + 14 mm Hg durch eine stratosphärische Advektion gleichen Betrages erklärt werden, deren Existenz zusammen mit der Advektionsfreiheit der Troposphäre durch die (innerhalb der Beobachtungsgenauigkeit der  $\delta p$ ) hinreichende Konstanz der  $\delta \pi$ -Werte bewiesen ist.

In einer späteren Arbeit hat dann Rossby<sup>2)</sup> eine Theorie für den allgemeinsten Fall der Advektion in allen Höhen entwickelt (Rossbys „Allgemeine Advektionstheorie“); ein advektionsfreier Raum braucht also

<sup>1)</sup> „Spezielle Advektionstheorie“ wegen der einschränkenden Bedingungen [Gültigkeit der Formel (4) mit  $\delta \pi = \text{const}$  nur im advektionsfreien Raum  $0 \leq z \leq H$ ]. — <sup>2)</sup> C. G. Rossby, Beitr. z. Physik d. freien Atmosph., Bd. XIV, S. 240—265.

hier nicht vorausgesetzt zu werden. Die aus der speziellen Advektionstheorie übernommene Gleichung

$$\frac{\partial \delta z}{\partial z} = -\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{1}{\kappa} \frac{dp}{p} = -\frac{\delta \pi}{\kappa p}$$

mit  $\delta \pi = \text{const}$  muß hier in

$$\frac{\partial \delta z}{\partial z} = -\frac{\delta \pi(z)}{\kappa p}$$

erweitert werden und ermöglicht zusammen mit (3) die Berechnung der Vertikalverschiebung

$$\left( \delta z = -\frac{p^{-1/\kappa}}{\kappa} \int_0^z p^{1/\kappa - 1} \delta p \, dz \right)$$

und damit der Advektion

$$\delta \pi(z) = \delta p + \frac{g p^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{\kappa R T} \int_0^z p^{-\frac{\kappa-1}{\kappa}} \delta p \, dz, \quad (5)$$

welcher Gleichung Rossby durch Einführung der potentiellen Temperatur

$\vartheta = T \left( \frac{p_N}{p} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$  ( $p_N$  = Normaldruck, z. B. 760 mm Hg) die übersichtlichere Form

$$\delta \pi(z) = \delta p + \frac{g \cdot \vartheta^{-1}}{\kappa R} \int_0^z \frac{\vartheta}{T} \delta p \, dz \quad (6)$$

gibt.

3. *Der Fehler der allgemeinen Advektionstheorie von Rossby.* Die Anwendung der Gleichung (6) der Rossbyschen allgemeinen Advektionstheorie führt aber zu merkwürdigen Resultaten: Berechnet man nämlich nach Gleichung (6) die Advektion mit Hilfe von Mittelwerten der interdiurnen Druckvariationen  $\delta p$  für die einzelnen Kilometerniveaus, die zuerst von Schedler<sup>1)</sup>, später von Haurwitz<sup>2)</sup> auf Grund umfangreichen aerologischen Materials ermittelt wurden, und zwar getrennt nach dem Vorzeichen der Bodendruckänderung ( $\delta p_0 > 0$ ,  $\delta p_0 < 0$ ), so ergibt sich das seltsame Ergebnis, daß die beobachteten Bodendruckänderungen, die nach Schedler z. B.  $\delta p_0 = + 5,3$  mm Hg,  $\delta p_0 = - 3,2$  mm Hg im Mittel

<sup>1)</sup> A. Schedler, Beitr. z. Physik d. freien Atmosph., Bd. VII, S. 88–101.

— <sup>2)</sup> B. Haurwitz, Veröff. d. geophysik. Inst. Leipzig (2), Bd. III, Heft 5, 1927.

betragen, durch Advektionsvorgänge in den Schichten von 0 bis 14 km Höhe erst ungefähr zur Hälfte erklärt werden [Ertel<sup>1)</sup>]; also noch die Hälfte der beobachteten Bodendruckänderungen müßte durch Massenverlagerungen oberhalb 14 km Höhe verursacht sein! Wendet man Rossbys Gleichung (6) auf Einzelfälle an, so wird dieses Ergebnis noch ungünstiger (Ertel, a. a. O.): Massenverlagerungen im Druckäquivalent von fast 30 mm Hg oberhalb 12 km Höhe mußten z. B. in einem Falle angenommen werden, um die beobachtete Bodendruckänderung auf Grund der Rossbyschen Theorie zu erklären. Da der mittlere Luftdruck im 12 km-Niveau nur 145 mm Hg beträgt, haben derartige Konsequenzen einer Theorie gewiß etwas Beunruhigendes an sich und machen einen Grundfehler der Theorie wahrscheinlich. Daß derart merkwürdige Ergebnisse nicht etwa als Summationsfehler bei der numerischen Auswertung der Formel (6) auftreten, sondern tatsächlich auf einen Grundfehler der Theorie hindeuten, wird durch folgende Betrachtung evident: Man muß doch annehmen, daß mit wachsender Höhe in der Stratosphäre die advektiven Massentransporte ( $\delta\pi$ ) und die durch sie bewirkten Druckvariationen ( $\delta p$ ) abnehmen und in einer Höhe  $\xi$ , in der die Gasgesetze noch gültig sind und daher die potentielle Temperatur ( $\vartheta$ ) noch einen endlichen Wert hat, praktisch verschwinden. Nach Gleichung (6) muß dann gelten:

$$\int_0^{\xi} \frac{\vartheta}{T} \delta p \, dz = 0.$$

Dieses Integral ist folgendem Flächeninhalt in einem  $\vartheta, \delta p$ -Diagramm ( $\vartheta$  = Ordinate,  $\delta p$  = Abszisse) äquivalent:

$$\int_{\delta p_0}^{\delta p_{\xi} \rightarrow 0} \vartheta \, d(\delta p) = 0. \quad (7)$$

Trägt man also die beobachteten lokalen Druckvariationen  $\delta p$  als Abszissen, die zugehörigen potentiellen Temperaturen als Ordinaten auf<sup>2)</sup>, so muß die Kurve  $\vartheta(\delta p)$  zwischen  $\delta p_0$  (Bodendruckänderung) und  $\delta p_{\xi} \rightarrow 0$  mit der Abszisse positive und negative Flächenstücke in gleichem Betrag einschließen. Die Figur (4) zeigt davon nichts, obwohl sie die  $\delta p$  als Funktion von  $\vartheta$  in einem Fall darstellt, der eigentlich ein Musterbeispiel für Rossbys

<sup>1)</sup> H. Ertel, Gerlands Beitr. z. Geophys. **25**, 59–73, 1930. — <sup>2)</sup> Durch ein analoges Diagramm (polytrope Temperatur,  $\delta p$ ) läßt sich auch zeigen, daß der Fehler nicht von der Annahme *adiabatischer* Verschiebungen herühren kann.



Theorie abgeben müßte, indem, wie Thomas<sup>1)</sup>, der diesen Fall kürzlich eingehend untersucht hat, nachwies, die enorme Bodendrucksteigerung von  $\delta p_0 = + 35 \text{ mm Hg}$  fast ausschließlich stratosphärischen Advektionsvorgängen (stratosphärischer Kaltluft einbruch) ihre Existenz verdankt.

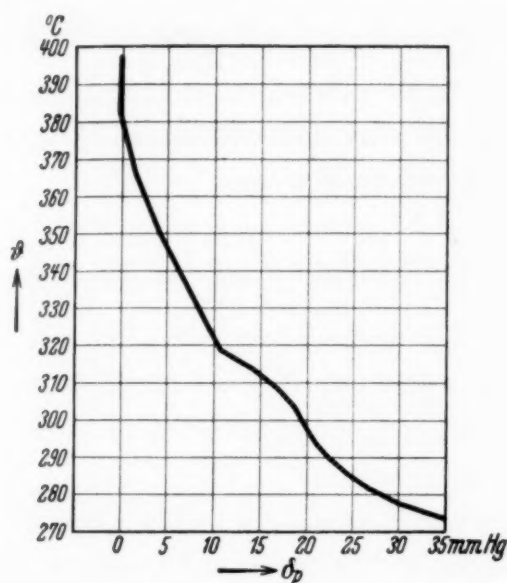


Fig. 4.

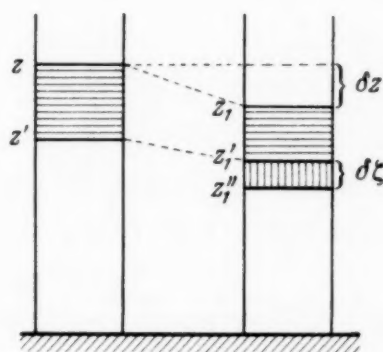


Fig. 5.

Wo steckt nun aber der Fehler der Rossbyschen allgemeinen Advektionstheorie? Er steckt in Rossbys stillschweigender Voraussetzung, daß die durch Advektion bewirkte Dichteänderung

$$\delta_a \varrho = - \int_{t_1}^{t_2} \left( \frac{\partial \varrho}{\partial x} v_x + \frac{\partial \varrho}{\partial y} v_y \right) dt = - \frac{1}{g} \frac{\partial \delta \pi(z)}{\partial z} \quad (8)$$

während der Verschiebung genau erhalten bleibt. Wir werden diese Behauptung gelegentlich der Ableitung unserer neuen Advektionstheorie beweisen.

4. Die neue Advektionstheorie. Wir geben der Adiabatangleichung die Form

$$d\varrho - d'\varrho = \varrho \frac{\delta \pi(z)}{\kappa p}, \quad (9)$$

auf deren linker Seite eine adiabatische Dichteänderung steht, ausgedrückt als Differenz der gesamten Dichteänderung  $d\varrho$  und der nicht adiabatischen Dichteänderung  $d'\varrho$ , die auf Advektion zurückgeführt werden muß. Zerlegen wir  $d\varrho$  in einen lokalen und einen Verschiebungsanteil, so können

<sup>1)</sup> H. Thomas, Sitz.-Ber. d. Preuß. Akad. d. Wiss., Berlin, Phys.-Math. Kl., 1934, S. 222–236. — <sup>2)</sup> Vgl. Gleichung (2).

wir, da die Verschiebung  $\delta z$  nur von der Differenz  $\delta\pi - \delta p$  abhängt, auch schreiben:

$$\delta\varrho + \left(\frac{\partial\varrho}{\partial p}\right)(\delta\pi - \delta p) - d'\varrho = \varrho \frac{\delta\pi}{\kappa p}, \quad (10)$$

indem wir in  $\left(\frac{\partial\varrho}{\partial p}\right)$  an Stelle der Höhe  $z$  den Druck  $p$  als unabhängige Variable wählten. In Rossbys Rechnung ist nun angenommen: Die nicht-adiabatische Dichteänderung  $d'\varrho$  ist mit der advektiven Dichteänderung  $\delta_a\varrho$  identisch, denn in der Tat hat die Differentialgleichung

$$\delta\varrho + \left(\frac{\partial\varrho}{\partial p}\right)(\delta\pi - \delta p) - \delta_a\varrho = \varrho \frac{\delta\pi}{\kappa p}$$

mit der Randbedingung  $\delta p = \delta\pi$  für  $z = 0$  die Lösung (5), die, wie sich oben ergeben hat, falsch ist. Wie wir zeigen werden, ist nämlich im allgemeinen (für  $z > 0$ )  $|d'\varrho| < |\delta_a\varrho|$  und nur am Erdboden ( $z = 0$ ) gilt

$$\lim_{z \rightarrow 0} d'\varrho = \delta_a\varrho.$$

Denn unter dem Einfluß der nur oberhalb  $z$  wirkenden Advektion  $\delta\pi(z)$  werden die horizontalen Begrenzungsflächen (Fig. 5)  $z$  bzw.  $z'$  eines Einheitsvolumenelements (Querschnitt = 1), Höhe  $z' - z = 1$  nach  $z_1$  bzw.  $z'_1$

versetzt, wobei z. B. die Verschiebung  $\delta z$  durch  $\delta z = -\frac{\delta\pi(z)}{\kappa} \int_0^z \frac{dz}{p}$

gegeben ist. Findet nun gleichzeitig eine advektive Dichteänderung  $\delta_a\varrho$  zwischen  $z$  und  $z'$  statt, so bildet nicht  $z'_1$ , sondern  $z''_1$  die neue Gleichgewichtslage der Basisfläche, weil infolge der zusätzlichen advektiven Druckbelastung  $g\delta_a\varrho$  das Niveau  $z'_1$  um  $z'_1 - z''_1 = \delta\zeta = g\delta_a\varrho \cdot \frac{\delta z}{\delta\pi}$  heruntergedrückt wird<sup>1)</sup>, was eine Dichteänderung  $\varrho\delta\zeta = \varrho g\delta_a\varrho \cdot \frac{\delta z}{\delta\pi}$  zur Folge hat, so daß die gesamte, auf Advektion zurückgehende Dichteänderung<sup>2)</sup>

$$d'\varrho = \delta_a\varrho + g\varrho\delta_a\varrho \cdot \frac{\delta z}{\delta\pi} = \delta_a\varrho \left(1 + g\frac{\varrho\delta z}{\delta\pi}\right) \quad (11)$$

beträgt, wofür nach Gleichung (3)

$$d'\varrho = \delta_a\varrho \cdot \frac{\delta p}{\delta\pi} \quad (12)$$

geschrieben werden kann.

<sup>1)</sup> Es ist  $\frac{\delta z}{\delta\pi}$  die Verschiebung bei der Belastung 1. — <sup>2)</sup> Da  $\delta\pi$  und  $\delta z$  entgegengesetzte Vorzeichen haben, ist  $|d'\varrho| < |\delta_a\varrho|$  (für  $z > 0$ ).

Nun ist die durch Substitution von (12) in (10) resultierende Differentialgleichung

$$\delta \varrho + \left( \frac{\partial \varrho}{\partial p} \right) (\delta \pi - \delta p) - \delta_a \varrho \cdot \frac{\delta p}{\delta \pi} = \varrho \frac{\delta \pi}{\kappa p} \quad (13)$$

wegen

$$\delta \varrho = -\frac{1}{g} \frac{\partial \delta p}{\partial z} \quad \text{und} \quad \delta_a \varrho = -\frac{1}{g} \frac{\partial \delta \pi}{\partial z}$$

gleichbedeutend mit

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\delta p}{\varrho \delta \pi} - \frac{1}{\varrho} \right) = -\frac{g}{\kappa p} \quad (14)$$

und hat mit Rücksicht auf die Grenzbedingung  $\lim_{z \rightarrow 0} \delta p = \delta \pi$  die Lösung

$$\delta p = \delta \pi(z) \left( 1 - \frac{g \varrho}{\kappa} \int_0^z \frac{dz}{p} \right). \quad (15)$$

Dieses ist die Grundgleichung der neuen Advektionstheorie, der man sofort ansieht, daß sie auch Rossbys spezielle Advektionstheorie als den Spezialfall  $\delta \pi(z) = \text{const} = \delta \pi(H)$  [ $0 \leq z \leq H$ ] enthält.

5. *Anwendungen der neuen Advektionstheorie.* Die Gleichung (15) ermöglicht die Berechnung des advektiven Druckäquivalents  $\delta \pi(z)$  für jedes Niveau  $z$ , weiterhin die Ermittlung der advektiven Dichteänderung  $\delta_a \varrho$  durch Differentiation [Gleichung (8)], und erlaubt somit die Beantwortung der wichtigen Frage, welchen Anteil jede Schicht der Atmosphäre zur resultierenden Bodendruckänderung  $\delta p_0$  beisteuert. Legt man der Berechnung der  $\delta \pi$ -Werte nach Gleichung (15) die von Schedler (a. a. O.) ermittelten  $\delta p$ -Werte zugrunde, welche Mittelwerte zahlreicher aerologischer Aufstiege in Mitteleuropa darstellen, die nach dem Vorzeichen der Bodendruckänderungen ( $\delta p_0 > 0$ ,  $\delta p_0 < 0$ ) getrennt ermittelt wurden (interdiurne Druckänderungen, in Fig. 6 durch die gestrichenen  $\delta p$ -Kurven entsprechend den Bodendruckänderungen

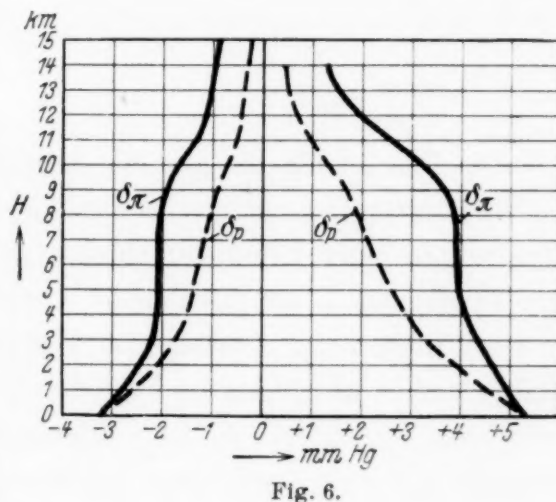


Fig. 6.

$$\delta p_0 = +5,3 \text{ mm Hg}, \quad \delta p_0 = -3,2 \text{ mm Hg}$$

dargestellt), so haben die daraus nach Gleichung (15) berechneten  $\delta\pi$ -Kurven den in gleicher Figur dargestellten Verlauf. Aus diesen  $\delta\pi$ -Kurven läßt sich z. B. ablesen: Zu einem Bodendruckanstieg  $\delta p_0 = +5,3$  mm Hg haben die Schichten oberhalb 4,5 km mit  $\delta\pi(4,5) = 4,0$  mm Hg, die Schichten oberhalb 14 km Höhe mit  $\delta\pi(14) = 1,3$  mm Hg beigetragen. Dieses „Restglied“  $\delta\pi(14)$  ist wesentlich geringer als dasjenige, das die Rossbysche Theorie mit der Gleichung (6) liefert, nach der die Schichten oberhalb 14 km Höhe noch  $\delta\pi(14) = 2,9$  mm Hg, also über 50 % der Bodendrucksteigerung, zum Zustandekommen der letzteren liefern sollten!

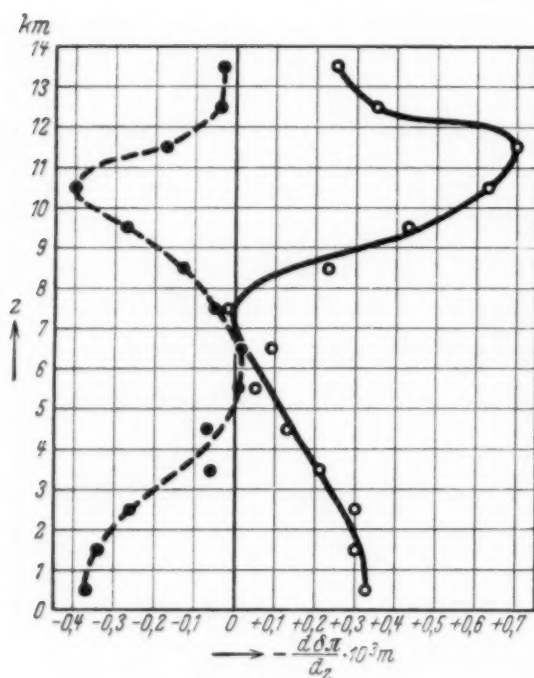


Fig. 7.

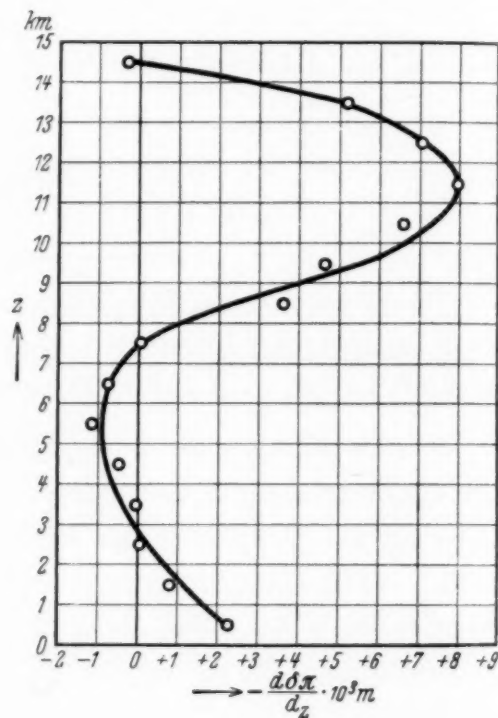


Fig. 8.

Die Fig. 7 stellt die mit der Schwerebeschleunigung (sowie mit  $10^3$  m) multiplizierten advektiven Dichteänderungen  $\delta_a \rho$  dar, also die Druckäquivalente jeder Kilometerschicht; sie läßt klar erkennen, daß die Luftdruckänderungen am Erdboden vorwiegend durch Advektionsvorgänge in zwei Etagen der Atmosphäre zustande kommen: Untere Troposphäre und untere Stratosphäre sind die durch kräftige Advektion ausgezeichneten Schichten, die durch die advektionsschwache mittlere Troposphäre voneinander getrennt sind, eine Tatsache, die bereits 1921 von v. Ficker<sup>1)</sup> (auf Grund der Verteilung der potentiellen Temperatur in einem Meridional-schnitt der Atmosphäre) klar erkannt und in ihrer Bedeutung für die Zyklonogenese gewürdigt wurde.

<sup>1)</sup> H. v. Ficker, Meteorol. ZS. 38, 65—70, 1921.



Zwar liefert auch die Rossbysche allgemeine Advektionstheorie eine Bestätigung der Ansicht v. Fickers über die Dreiteilung der Atmosphäre hinsichtlich der in ihr stattfindenden Advektionsvorgänge (H. Ertel, a. a. O.), doch werden die sich dabei ergebenden unnatürlich großen stratosphärischen Restglieder erst durch die hier entwickelte Theorie der Advektion auf plausible Beträge reduziert.

Für den von Thomas kürzlich untersuchten Fall einer fast rein stratosphärisch bedingten Bodendrucksteigerung von 35 mm Hg ergibt die Rossbysche Gleichung (6) ein stratosphärisches Restglied von  $\delta\pi$  (15)  $= + 27$  mm Hg; unsere neue Advektionstheorie dagegen ergibt das in Fig. 8 dargestellte Resultat, das mit dem von Thomas gefundenen (a. a. O., Fig. 10) in bester Übereinstimmung steht. Dieses Ergebnis ist für unsere Theorie um so befriedigender, als Thomas sein Resultat auf völlig anderem Wege erhielt, nämlich unter Benutzung der Tatsache einer in dem behandelten Falle in 15 km Höhe vorhandenen Druckausgleichsfläche.

Die nächste Verallgemeinerung der hier entwickelten Theorie bestände in dem Fallenlassen der speziellen Annahme adiabatischer (bzw. polytroph) Zustandsänderungen, also in der Untersuchung der Modifikationen der Lösung (15), die sich durch Berücksichtigung der Wärmezufuhr  $\delta Q$  in der Verallgemeinerung der Gleichung (13)

$$\delta \varrho + \left( \frac{\partial \varrho}{\partial p} \right) (\delta \pi - \delta p) - \delta_a \varrho \cdot \frac{\delta p}{\delta \pi} = \frac{\varrho \delta \pi}{\kappa p} - \frac{\varrho \delta Q}{c_p T}$$

ergeben, welche Aufgabe im Meteorologischen Institut der Universität Berlin zur Zeit bereits bearbeitet wird.

## Nochmals „H. Helmholtz und die Grundlagen der Geometrie“.

Von **Hugo Dingler** in München.

(Eingegangen am 12. März 1935.)

Herr K. Reidemeister macht mich freundlich darauf aufmerksam, daß die Betrachtung in Nr. 2 meiner Note gleichen Titels<sup>1)</sup> nur gilt für  $(i, k \neq l)$ . Dann aber ergibt sich als die notwendige und hinreichende Bedingung, welche zu den Helmholtzschen Forderungen hinzukommen muß, um die euklidische Geometrie zu erhalten: *Es sollen bei einem Orthogonalsystem von Parameterlinien die Parameterflächen  $x_l = \text{const}$  durch die  $x_l$ -Parameterlinien isometrisch aufeinander bezogen sein.* So daß z. B. eine Parameterfläche  $x_l = \text{const}$  längs der  $x_l$ -Parameterlinien eine isometrische Translation erfahren kann ( $l = 1, 2, 3$ ). Es muß also l. c. überall statt „isometrische Translation“ heißen „orthogonale isometrische Translation“, wenn man sie kurz so bezeichnet. Alles andere bleibt richtig.

*Beweis.* 1. Wegen der Orthogonalität hat das Linienelement die Form  $ds^2 = \sum a_{ii} dx_i^2$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Wegen der isometrischen Bezogenheit der Parameterflächen jeder Schar aufeinander sind die  $a_{ii}$  Funktionen von  $x_i$  allein. Dann kann  $ds^2$  durch Einführung neuer Parameter auf die euklidische Form gebracht werden.

2. Das Linienelement eines euklidischen Raumes  $ds^2 = \sum a_{ik} dx_i dx_k$  ( $a_{ik} = \text{const}$ ) kann stets durch Einführung neuer Parameter auf die Form  $ds^2 = \sum dx_i^2$  gebracht werden<sup>2)</sup>, d. h. auf ein orthogonales Parametersystem. Dann erfüllen die Koeffizienten wegen ihrer Konstanz die Bedingung der isometrischen Translation.

Also liefert die Bedingung den euklidischen Raum, und umgekehrt erfüllt jeder solcher die Bedingung. Diese ist also hinreichend und notwendig.

Ergänzend muß über die Sachlage des Helmholtzschen Problems folgendes hinzugefügt werden:

1. Was Helmholtz die „freie Beweglichkeit der starren Körper“ nennt, ist nicht die vollständige, sondern eine bereits eingeschränkte. Bei den nichteuklidischen Geometrien muß sich der starre Körper bei der Bewegung, wie eben gezeigt, *relativ zu den Parameterlinien mindestens einer*

<sup>1)</sup> H. Dingler, ZS. f. Phys. **90**, 390, 1934. — <sup>2)</sup> Bianchi-Lukat, Vorlesungen usw. 1899, S. 577 f.

*Schar stets verzerren.* Es ist bei diesen Geometrien keine Wahl der Parameterlinien möglich, so daß diese Verzerrung nicht einträte. (So ist z. B. bei den von Beltrami behandelten Verschiebungen eines Stückes einer Fläche konstanter positiver oder negativer Krümmung auf ihr selbst die Starrheit des verschobenen Stückes zwar *für uns* vorhanden, aber nicht intrinsec, d. h. nicht relativ zu den Parameterlinien, falls längs der Meridiane verschoben wird.)

2. Der Grund, warum Helmholtz bei seinen Forderungen nicht *eine* eindeutige, sondern *mehrere* Geometrien noch erhält, ist der, daß er keine Definition der Streckengleichheit einführt. Daher bestimmen seine Forderungen, entgegen seiner anfänglichen Absicht, keine eindeutige Geometrie.

3. Die bei seinen Forderungen noch mögliche *partiell*-freie Bewegung der starren Körper ist zwar ein interessantes geometrisches Resultat, sagt aber nichts über die Möglichkeit einer nichteuklidischen Geometrie für den praktischen Gebrauch (in „unserem Raum“).

4. Für jeden praktischen Gebrauch der Geometrie — sei es unabhängig vom Physikalischen, oder sei es für die Physik selbst in Apparatebau, Instrumentenherstellung, logisch-mathematischen Ansatz physikalischer Probleme — bedarf es bereits einer *eindeutigen* Geometrie, einer „*Gebrauchsgeometrie*“. In dieser muß eine eindeutige ideelle Definition der Streckengleichheit explizit oder implizit vorliegen. Daß diese bei der Herstellung von Meßinstrumenten *auch wirklich benutzt wird*, habe ich in meinen „Grundlagen der Geometrie“, Stuttgart 1933, nachgewiesen.

5. Niemand hat noch eine *solche* eindeutige Definition der Streckengleichheit für eine nichteuklidische Geometrie zu geben vermocht, daß sie eine eindeutige nichteuklidische Gebrauchsgeometrie geliefert hätte. Der Grund ist der, daß die *einzige* Definition der Streckengleichheit, die mit denjenigen qualitativen Mitteln, welche bei der Entscheidung über die Gebrauchsgeometrie zur Verfügung stehen, eindeutig formuliert werden kann, diejenige ist, welche auf die euklidische Geometrie führt, und welche ich l. c. gegeben habe. Die Meinung, daß diese Entscheidung durch Messung fallen könne, ist abwegig, da zu der Messung stets Instrumente nötig sind, die ohne eine eindeutige ideelle Festlegung der Gebrauchsgeometrie (welche die Manipulationen der Herstellung vom Geiste aus regiert und sie eindeutig festlegen muß) nicht hergestellt werden können, und diese so bereits enthalten. Die Genauigkeit, mit der solche Messungen etwa möglich wären, ist restlos abhängig von der Genauigkeit, mit der die Gebrauchsgeometrie

bei der Herstellung der Messungsinstrumente zur Anwendung kam, und kann daher niemals eine davon unabhängige Entscheidung liefern.

Auch der oft vertretene Glaube (es ist nichts anderes), daß eine solche Eindeutigkeit sich „allmählich“ sozusagen von selbst herausarbeite, ist unhaltbar. Eine genaue Analyse der Herstellung von Meßinstrumenten zeigt, daß ohne für jeden Herstellungsschritt zu treffende bewußte oder unbewußte geistige Entscheidungen (die eben die Gebrauchsgeometrie liefert) niemals ein Fortschritt von einer geringeren zu einer höheren Eindeutigkeit (und damit Genauigkeit) möglich ist. Dies läßt sich auch rein gedanklich einsehen und beweisen (siehe „Gr. d. Geom.“). Jedenfalls können so wichtige physikalische Aussagen nicht auf solchen Glauben gegründet werden.

6. Nur eine systematische Methodik der Aufstellung der Gebrauchsgeometrie mit einer genauen Analyse der Herstellungsvorgänge, wie ich sie l. c. durchgeführt habe, kann in diesen Fragen die letzte Entscheidung fällen. Ebenso kann die Frage, ob es einen vertretbaren Sinn habe, neben der Gebrauchsgeometrie später noch rein theoretische, davon verschiedene Geometrien in analytischer Form einzuführen, endgültig nur durch eine systematische Methodik entschieden werden. Dort zeigt sich, daß eine solche Einführung methodisch nicht zu rechtfertigen ist.

---